BAYES FORMULASI VA UNING ZAMONAVIY QO‘LLANILISH SOHALARI

Ubaydullayeva Sabina Ilg'or qizi
E-mail: sabinaubaydullayeva529@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.22205455

Annotatsiya. Mazkur maqolada Bayes formulasi, uning ehtimollar nazariyasidagi o‘rni va zamonaviy qo‘llanilish sohalari tahlil qilinadi. Bayes formulasi mavjud dastlabki ma’lumotlar va yangi dalillar asosida hodisa yoki gipotezaning ehtimolini aniqlash hamda yangilash imkonini beruvchi muhim matematik usullardan biridir. Maqolada Bayes formulasining nazariy asoslari, shartli ehtimollik bilan bog‘liqligi hamda sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish, tibbiyot, moliya, kiberxavfsizlik, muhandislik va ilmiy tadqiqotlardagi amaliy ahamiyati yoritilgan. Shuningdek, noaniqlik sharoitida qaror qabul qilishda Bayes yondashuvining samaradorligi va uning zamonaviy raqamli texnologiyalar rivojlanishidagi o‘rni tahlil qilingan.
Kalit so‘zlar: Bayes formulasi, ehtimollar nazariyasi, shartli ehtimollik, Bayes tahlili, statistik modellashtirish, sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish, noaniqlik, qaror qabul qilish, ma’lumotlar tahlili.

Abstract. This article analyzes Bayes' theorem, its role in probability theory, and its modern fields of application. Bayes' theorem is a key mathematical method that enables the determination and updating of the probability of an event or hypothesis based on existing prior information and new evidence. The article outlines the theoretical foundations of Bayes' theorem, its relationship with conditional probability, and its practical significance in artificial intelligence, machine learning, medicine, finance, cybersecurity, engineering, and scientific research. Additionally, the effectiveness of the Bayesian approach in decision-making under uncertainty and its role in the development of modern digital technologies are analyzed.
Keywords: Bayes' theorem, probability theory, conditional probability, Bayesian analysis, statistical modeling, artificial intelligence, machine learning, uncertainty, decision-making, data analysis.

Аннотация. В статье анализируются теорема Байеса, ее роль в теории вероятностей и современные области применения. Теорема Байеса представляет собой ключевой математический метод, позволяющий определять и обновлять вероятность события или гипотезы на основе имеющейся априорной информации и новых данных. В статье рассматриваются теоретические основы теоремы Байеса, ее связь с условной вероятностью, а также практическая значимость в таких сферах, как искусственный интеллект, машинное обучение, медицина, финансы, кибербезопасность, инженерия и научные исследования. Кроме того, анализируются эффективность байесовского подхода при принятии решений в условиях неопределенности и его роль в развитии современных цифровых технологий.
Ключевые слова: теорема Байеса, теория вероятностей, условная вероятность, байесовский анализ, статистическое моделирование, искусственный интеллект, машинное обучение, неопределенность, принятие решений, анализ данных.

Kirish. Zamonaviy matematika va axborot texnologiyalarining jadal rivojlanishi ehtimollar nazariyasi hamda matematik statistikaning amaliy ahamiyatini yanada oshirmoqda. Bugungi kunda inson faoliyatining ko‘plab sohalarida qarorlar to‘liq va aniq

ma’lumotlar asosida emas, balki noaniqlik sharoitida qabul qilinadi. Shu sababli mavjud ma’lumotlarni tahlil qilish, yangi dalillar asosida xulosalarni yangilash va eng maqbul qarorni tanlash imkonini beruvchi matematik usullarga ehtiyoj ortib bormoqda.

Ana shunday muhim matematik vositalardan biri Bayes formulasidir. Bayes formulasi biror hodisaning ehtimolini yangi ma’lumotlar asosida qayta hisoblash imkonini beradi. Ushbu formula dastlabki ehtimollik va kuzatilgan yangi dalillar o‘rtasidagi bog‘liqlikni aniqlashga xizmat qiladi.

Bayes yondashuvining asosiy g‘oyasi shundan iboratki, inson yoki tizim ma’lum bir gipoteza haqida dastlabki tasavvurga ega bo‘ladi. Keyinchalik yangi ma’lumotlar paydo bo‘lishi natijasida ushbu tasavvur qayta ko‘rib chiqiladi va yangilanadi. Natijada gipotezaning yangi, ya’ni yangilangan ehtimolligi aniqlanadi.

Hozirgi davrda Bayes formulasi faqat nazariy matematika doirasida qo‘llanilmaydi. U sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish, tibbiy diagnostika, moliyaviy prognozlash, kiberxavfsizlik, muhandislik va ilmiy tadqiqotlarda keng foydalanilmoqda. Mazkur maqolaning asosiy maqsadi Bayes formulasining nazariy asoslarini o‘rganish, uning ilmiy ahamiyatini tahlil qilish va zamonaviy qo‘llanilish sohalarini yoritishdan iborat.

Adabiyotlar tahlili. Bayes formulasining shakllanishi ingliz matematigi Tomas Bayes nomi bilan bog‘liq. Uning ehtimollar nazariyasiga oid ilmiy ishlari vafotidan so‘ng XVIII asrda nashr etilgan va keyinchalik Bayes statistikasi hamda Bayes tahlilining rivojlanishiga asos bo‘lgan.

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika sohasidagi tadqiqotlar Bayes yondashuvining ilmiy asoslarini yanada rivojlantirdi. An’anaviy statistik yondashuvlardan farqli ravishda, Bayes tahlili dastlabki ma’lumotlarni yangi kuzatuvlar bilan birlashtirish imkonini beradi.

Zamonaviy ilmiy adabiyotlarda Bayes tahlili noaniqlik sharoitida ma’lumotlarni qayta ishlashning samarali vositasi sifatida baholanadi. Ayniqsa, kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi murakkab Bayes modellarini amaliyotda qo‘llash imkoniyatlarini kengaytirdi.

Gelman va boshqa tadqiqotchilar Bayes tahlilining statistik ma’lumotlarni chuqur o‘rganishdagi ahamiyatini ko‘rsatib berganlar. Murphy mashinali o‘qitish sohasida ehtimollik modellarining, jumladan Bayes yondashuvlarining katta ahamiyatga ega ekanligini ta’kidlaydi. Pearl esa Bayes tarmoqlari yordamida murakkab tizimlardagi o‘zaro bog‘liqliklarni tahlil qilish imkoniyatlarini keng yoritgan.

Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, Bayes formulasi zamonaviy ilm-fan va texnologiyalarning ko‘plab yo‘nalishlarida nazariy va amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan universal matematik vositaga aylangan.

Tadqiqot muhokamasi. Bayes formulasi shartli ehtimolliklar orasidagi bog‘liqlikni ifodalaydi. U yangi ma’lumotlar asosida biror hodisa yoki gipotezaning ehtimolini aniqlash imkonini beradi.

Bayes formulasining asosiy ko‘rinishi quyidagicha:

$$P(A|B) = [P(B|A) \times P(A)] / P(B)$$

Bu yerda:

- **P(A|B)** — B hodisasi sodir bo‘lgan sharoitda A hodisasining ehtimoli;
- **P(B|A)** — A hodisasi sodir bo‘lgan sharoitda B hodisasining ehtimoli;
- **P(A)** — A hodisasining dastlabki ehtimoli;
- **P(B)** — B hodisasining umumiy ehtimoli.

Bayes formulasining asosiy afzalligi shundaki, u yangi dalillar paydo bo‘lishi bilan mavjud bilimlarni muntazam ravishda yangilash imkonini beradi.

Naive Bayes klassifikatori Bayes formulasiga asoslangan mashhur algoritmlardan biridir. Ushbu usul matnlarni tasniflash, elektron pochta xabarlarini saralash, hujjatlarni kategoriyalarga ajratish va fikr-mulohazalarni tahlil qilishda qo‘llaniladi.

Bayes usullarining afzalligi shundaki, ular natijaning faqat o‘zini emas, balki turli natijalarning ehtimollik darajasini ham baholash imkonini beradi.

Bayes yondashuvi mavjud dastlabki ma’lumotlarni yangi test natijalari bilan birlashtirib, kasallik mavjud bo‘lish ehtimolini aniqroq baholashga yordam beradi.

Bayes metodlari texnik tizimlarning ishonchliligini baholashda ham qo‘llaniladi. Sensorlardan olinadigan yangi ma’lumotlar asosida uskunalarning holati va ehtimoliy nosozliklari aniqlanishi mumkin.

Masalan, sanoat korxonalarida texnik qurilmalarning ishlash holati muntazam kuzatib boriladi. Olingan yangi ma’lumotlar asosida qurilmaning ishdan chiqish ehtimoli baholanadi.

Bayes formulasi ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri bo‘lgan shartli ehtimollik formulasiga asoslanadi. Ushbu formula biror hodisaning ehtimolini boshqa hodisa sodir bo‘lganligi haqidagi ma’lumot asosida aniqlash imkonini beradi.

Shartli ehtimollik formulasi. Faraz qilaylik, **A** va **B** — tasodifiy hodisalar bo‘lsin. B hodisasi sodir bo‘lgan sharoitda A hodisasining shartli ehtimoli quyidagicha aniqlanadi:

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

bu yerda:

- $P(A|B)$ — B sodir bo‘lgan sharoitda A hodisasining ehtimoli;
- $P(A \cap B)$ — A va B hodisalarining birgalikda sodir bo‘lish ehtimoli;
- $P(B)$ — B hodisasining ehtimoli.

Demak, ushbu formuladan quyidagi tenglik kelib chiqadi:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B)$$

Endi A hodisasi sodir bo‘lgan sharoitda B hodisasining ehtimolini ko‘rib chiqamiz:

$$P(B|A) = P(A \cap B) / P(A)$$

Bu tenglikdan:

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A)$$

kelib chiqadi.

Yuqoridagi ikki formulada ham $P(A \cap B)$, ya’ni A va B hodisalarining birgalikda sodir bo‘lish ehtimoli mavjud.

Shuning uchun ularni tenglashtiramiz:

$$P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

Endi tenglamaning har ikki tomonini $P(B)$ ga bo‘lamiz:

$$P(A|B) = [P(B|A) \times P(A)] / P(B)$$

Natijada Bayes formulasi hosil bo‘ladi:

$$P(A|B) = P(B|A) \times P(A) / P(B)$$

Bu Bayes formulasining asosiy matematik isbotidir.

Agar $A_1, A_2, A_3, ..., A_n$ hodisalari hodisalar fazosini to‘liq tashkil qilsa va ular o‘zaro birgalikda sodir bo‘lmasa, B hodisasining umumiy ehtimoli to‘liq ehtimollik formulasi yordamida aniqlanadi:

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + ... + P(A_n)P(B|A_n)$$

yoki umumiy ko‘rinishda:

$$P(B) = \Sigma P(A_i)P(B|A_i)$$

Shu sababli Bayes formulasining umumlashgan ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$P(A_i|B) = [P(A_i) \times P(B|A_i)] / \Sigma[P(A_j) \times P(B|A_j)]$$

Mazkur formula bir nechta ehtimoliy sabablar orasidan kuzatilgan natijaga eng ko‘p.

Bayes formulasining matematik isboti shartli ehtimollik formulasiga asoslanadi. Formula dastlabki ehtimollik va yangi dalillar o‘rtasidagi bog‘liqlikni ifodalab, yangi ma’lumotlar asosida hodisaning ehtimolini qayta hisoblash imkonini beradi.

Bayes yondashuvining asosiy ustunligi shundaki, u noaniqlik sharoitida mavjud bilimlarni yangi ma’lumotlar bilan muntazam yangilash imkonini yaratadi. Shu sababli mazkur formula nafaqat ehtimollar nazariyasida, balki tibbiyot, sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish, moliya, kiberxavfsizlik va boshqa zamonaviy sohalarda ham muhim amaliy ahamiyatga ega.

Bayes formulasining shartli ehtimollik va to‘liq ehtimollik formulalari bilan uzviy bog‘liqligi uning matematik jihatdan asoslangan va amaliy masalalarni yechishda samarali vosita ekanligini ko‘rsatadi.

O‘tkazilgan nazariy va amaliy tahlil Bayes formulasining uchta asosiy xususiyatini ko‘rsatdi.

Birinchidan, Bayes formulasi **mavjud bilimlarni yangi dalillar asosida yangilash** imkonini beradi. Dastlabki ehtimollik yangi ma’lumotlar kelib tushishi bilan o‘zgaradi va yanada asoslangan xulosa shakllanadi.

Ikkinchidan, formula **noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish** uchun samarali matematik vosita hisoblanadi. Tibbiyot, moliya, kiberxavfsizlik va texnik tizimlarda ko‘pincha mutlaq aniq ma’lumot mavjud bo‘lmaydi. Bunday holatda ehtimollik asosida qaror qabul qilish muhim ahamiyat kasb etadi.

Uchinchidan, Bayes yondashuvi **nazariy va amaliy masalalarni bog‘lash** imkonini beradi. Shartli ehtimollik kabi fundamental matematik tushuncha sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish va diagnostika kabi zamonaviy yo‘nalishlarda amaliy algoritmga aylanadi.

Shu bilan birga, Bayes usullaridan foydalanishda dastlabki ehtimolliklarni to‘g‘ri tanlash, statistik ma’lumotlarning ishonchliligini baholash va modelning qabul qilingan farazlarini hisobga olish zarur. Ayniqsa, Naive Bayes modelidagi belgilar mustaqilligi haqidagi faraz barcha real vaziyatlarda to‘liq bajarilmasligi mumkin. Shu sababli natijalarni faqat matematik hisob-kitob sifatida emas, balki amaliy kontekstni hisobga olgan holda talqin qilish maqsadga muvofiq.

Umuman olganda, tadqiqot natijalari Bayes formulasining ehtimollar nazariyasidagi nazariy ahamiyati bilan bir qatorda, zamonaviy axborot texnologiyalari va amaliy fanlarda ham yuqori qiymatga ega ekanligini ko‘rsatadi. Formula yangi ma’lumotlar asosida ehtimolliklarni yangilash imkonini bergani sababli noaniqlik bilan bog‘liq ko‘plab masalalarni matematik jihatdan asoslangan holda hal qilishga xizmat qiladi. Bayes formulasi ehtimollar nazariyasida noaniqlik sharoitida qaror qabul qilish, mavjud ma’lumotlarni qayta baholash va yangi dalillar asosida ehtimolliklarni yangilash imkonini beruvchi muhim matematik vosita hisoblanadi. Tadqiqot davomida Bayes formulasining nazariy asoslari shartli ehtimollik va to‘la ehtimollik formulalari bilan bog‘liq holda o‘rganildi hamda uning zamonaviy amaliy masalalarni yechishdagi imkoniyatlari tahlil qilindi.

Xulosa. Xulosa qilib aytganda, Bayes formulasi ehtimollar nazariyasining eng muhim matematik vositalaridan biri bo‘lib, yangi ma’lumotlar asosida mavjud bilim va ehtimolliklarni yangilash imkonini beradi. Uning asosiy afzalligi noaniqlik sharoitida oqilona va asoslangan qarorlar qabul qilishga yordam berishidir.

Tadqiqot natijalari Bayes formulasining zamonaviy dunyoda keng qo‘llanilishini ko‘rsatadi. Jumladan, sun’iy intellekt, mashinali o‘qitish, tibbiyot, moliya, kiberxavfsizlik, muhandislik va ilmiy tadqiqotlarda Bayes metodlaridan samarali foydalanilmoqda. Ayniqsa, katta hajmdagi ma’lumotlarning paydo bo‘lishi va raqamli texnologiyalarning rivojlanishi Bayes yondashuvining ahamiyatini yanada oshirdi. Zamonaviy axborot tizimlari ko‘pincha

noaniq va to‘liq bo‘lmagan ma’lumotlar bilan ishlaydi. Bunday sharoitda Bayes formulasi ehtimolliklarni baholash, prognozlash va optimal qaror qabul qilish uchun samarali matematik asos yaratadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Bayes, T., & Price, R. An Essay towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. Philosophical Transactions of the Royal Society of London.
2. Azlarov T.A., Sadullaev A.S. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.* – Toshkent: O‘qituvchi.
3. Bernardo, J. M., & Smith, A. F. M. Bayesian Theory. Chichester: John Wiley & Sons.
4. Sirojiddinov S.X., Mamadaminov M. *Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika.* – Toshkent: O‘qituvchi.
5. Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2013). Bayesian Data Analysis. Boca Raton: CRC Press.
6. Murphy, K. P. (2012). Machine Learning: A Probabilistic Perspective. Cambridge, MA: MIT Press.
7. Bishop, C. M. (2006). Pattern Recognition and Machine Learning. New York: Springer.
8. Xudoyberganov G‘., Vorisov A.K., Mansurov X.T. *Matematik analizdan ma’ruzalar.* – Toshkent: Universitet.
9. Pearl, J. Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference. San Francisco: Morgan Kaufmann.
10. Russell, S., & Norvig, P. (2021). Artificial Intelligence: A Modern Approach. Pearson.
11. McElreath, R. (2020). Statistical Rethinking: A Bayesian Course with Examples in R and Stan. Boca Raton: CRC Press.
12. Jaynes, E. T. (2003). Probability Theory: The Logic of Science. Cambridge: Cambridge University Press.