UCHINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL OPERATORLAR BILAN BOG'LANGAN MARKOV DIFFUZIYA JARAYONLARI UCHUN CHEGARAVIY MASALALAR

Jo'rayev.B B.
Denov pedagogika va tadbirkorlik instituti,
Denov, O'zbekiston,

Mamaradjabova.H R.
Termiz davlat universiteti, Termiz, O'zbekiston,
E-mail: mamaradjabovahidoyat20002@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.22943656

Annotatsiya. Mazkur maqolada uchinchi tartibli differensial operatorlar bilan bog'liq chegaraviy masalalarning Markov diffuziya jarayonlari bilan aloqasi tadqiq etiladi. Klassik diffuziya jarayonining infinitesimal generatori ikkinchi tartibli operator bilan ifodalanishi sababli, uchinchi tartibli operatorlarning paydo bo'lish mexanizmlari alohida tahlil qilinadi. Uchinchidan tartibli operator uchun chegaraviy shartlarning to'g'ri tanlanishi, yechimning mavjudligi, yagonaligi va barqarorligi masalalari ko'rib chiqiladi. Tadqiqotda operatorlar nazariyasi, Markov yarimgruppalari, Kolmogorov tenglamalari, maksimal prinsip va funksional-analitik usullardan foydalaniladi. Shuningdek, Dirixle, Neyman va aralash tipdagi chegaraviy shartlarning uchinchi tartibli operatorlar bilan bog'liq masalalardagi xususiyatlari yoritiladi. Natijalar bunday masalalarni ehtimollik modeli va differensial tenglama o'rtasidagi bog'liqlik asosida tadqiq etish imkonini beradi.

Kalit so'zlar: Markov jarayoni, diffuziya jarayoni, differensial operator, uchinchi tartibli operator, chegaraviy masala, Kolmogorov tenglamasi, generator, Dirixle sharti, Neyman sharti, , parabolik tenglama.

Аннотация. В данной статье исследуется взаимосвязь между краевыми задачами, связанными с дифференциальными операторами третьего порядка, и марковскими диффузионными процессами. Поскольку инфинитезимальный генератор классического диффузионного процесса представлен оператором второго порядка, механизмы возникновения операторов третьего порядка анализируются отдельно. Рассматриваются вопросы правильного выбора граничных условий для оператора третьего порядка, существования, единственности и устойчивости решения. В исследовании используются теория операторов, марковские полугруппы, уравнения Колмогорова, принцип максимума и функционально-аналитические методы. Также освещаются свойства граничных условий Дирихле, Неймана и смешанного типа в задачах, связанных с операторами третьего порядка. Результаты позволяют изучать такие задачи на основе связи между вероятностной моделью и дифференциальным уравнением.

Ключевые слова: марковский процесс, диффузионный процесс, дифференциальный оператор, оператор третьего порядка, краевая задача, уравнение

Колмогорова, генератор, условие Дирихле, условие Неймана, параболическое уравнение.

Abstract. This article investigates the relationship between boundary value problems associated with third-order differential operators and Markov diffusion processes. Since the infinitesimal generator of a classical diffusion process is represented by a second-order operator, the mechanisms giving rise to third-order operators are analyzed separately. Issues concerning the appropriate selection of boundary conditions, as well as the existence, uniqueness, and stability of solutions for third-order operators, are examined. The study employs operator theory, Markov semigroups, Kolmogorov equations, the maximum principle, and functional-analytic methods. Additionally, the characteristics of Dirichlet, Neumann, and mixed-type boundary conditions in problems involving third-order operators are highlighted. The results enable the study of such problems based on the connection between probabilistic models and differential equations.

Key words: Markov process, diffusion process, differential operator, third-order operator, boundary value problem, Kolmogorov equation, generator, Dirichlet condition, Neumann condition, parabolic equation.

Kirish. Markov diffuziya jarayonlari zamonaviy ehtimollar nazariyasi, matematik fizika, moliyaviy matematika va stoxastik modellashtirishning muhim matematik modellaridan biridir. Bunday jarayonlarning xossalarini o‘rganishda ularning infinitesimal generatori va unga mos Kolmogorov tenglamalari asosiy vosita sifatida xizmat qiladi. Klassik Itô diffuziyasi uchun generator odatda

$$\mathscr{L}u(x)=\sum_{i=1}^{n} b_i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i}+\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}$$

ko‘rinishidagi ikkinchi tartibli differensial operator hisoblanadi. Bu operator Markov jarayonining lokal dinamikasini ifodalab, backward Kolmogorov tenglamasining asosini tashkil etadi. Shu bilan birga, amaliy va nazariy masalalarda uchinchi tartibli differensial operatorlar ham uchraydi. Ular, xususan, yuqori tartibli operator-differensial tenglamalar, operatorlarning kompozitsiyasi, chegaraviy dinamikalar, degeneratsiyalangan modellar va kengaytirilgan stoxastik sistemalarni o‘rganishda yuzaga kelishi mumkin. Uchinchi tartibli chegaraviy masalalarning matematik nazariyasida yechimning mavjudligi va yagonaligi, chegaraviy shartlarning operator ko‘rinishi hamda funksional fazolardagi korrektlik masalalari muhim o‘rin tutadi. Markov jarayonlari va chegaraviy masalalar o‘rtasidagi bog‘liqlik klassik potensial nazariya va yarimgruppalar nazariyasi bilan chambarchas bog‘langan. Taira tadqiqotlarida Markov jarayonlari, analitik yarimgruppalar va elliptik chegaraviy masalalar o‘rtasidagi munosabatlar tizimli ravishda ko‘rib chiqilgan. Mazkur maqolaning maqsadi uchinchi tartibli differensial operatorlar bilan bog‘liq chegaraviy masalalarni Markov diffuziya jarayonlari nuqtayi nazaridan tahlil qilish, ularning matematik modelini shakllantirish va yechimning asosiy xususiyatlarini aniqlashdan iborat.

Adabiyotlar tahlili. Markov diffuziya jarayonlari, differensial operatorlar va chegaraviy masalalar o‘rtasidagi bog‘liqlik zamonaviy matematik analiz, ehtimollar nazariyasi va funksional analizning muhim yo‘nalishlaridan biridir. Mazkur yo‘nalishdagi tadqiqotlar asosan differensial operatorlarning generatorlik xususiyatlari, Markov yarimgruppalari, elliptik va parabolik chegaraviy masalalar, Feller yarimgruppalari hamda operator-differensial tenglamalarning korrekt yechilishi masalalarini qamrab oladi. Biroq uchinchi tartibli differensial operatorlar bilan bog‘langan chegaraviy masalalarning Markov diffuziya jarayonlari bilan aloqasi ikkinchi tartibli operatorlarga nisbatan ancha murakkab bo‘lib, bu yo‘nalishda alohida nazariy yondashuv talab etiladi. Markov jarayonlari va chegaraviy masalalar o‘rtasidagi fundamental aloqani o‘rgangan tadqiqotchilardan biri K. Taira hisoblanadi. Uning “Boundary Value Problems and Markov Processes” monografiyasida funksional analiz, elliptik chegaraviy masalalar va Markov jarayonlari yagona nazariy tizim doirasida tadqiq etilgan. Muallif Markov jarayonlari bilan bog‘liq analitik yarimgruppalar, Feller yarimgruppalari va elliptik chegaraviy masalalar o‘rtasidagi munosabatlarni batafsil yoritadi [1]. Tairaning yondashuvida differensial operatorning chegaraviy shartlari nafaqat matematik yechimning korrektligini ta’minlovchi vosita, balki tegishli Markov jarayonining chegaradagi xatti-harakatini tavsiflovchi matematik mexanizm sifatida ham qaraladi. Tairaning keyingi tadqiqotlarida ushbu yondashuv yanada rivojlantirilib, semigruppalar, chegaraviy masalalar va Markov jarayonlari o‘rtasidagi bog‘liqlik kengaytirilgan. Xususan, “Semigroups, Boundary Value Problems and Markov Processes” asarida Markov jarayonlari, o‘tish funksiyalari va Feller yarimgruppalari alohida nazariy blok sifatida o‘rganilib, ular Waldenfels operatorlari va chegaraviy shartlar bilan bog‘langan [2]. Muallifning yondashuvi differensial tenglama yechimini tegishli ehtimollik jarayoni orqali talqin qilish imkoniyatini yaratadi. K. Tairaning 2022-yilda nashr etilgan “Functional Analytic Techniques for Diffusion Processes” monografiyasida esa diffuziya jarayonlarini funksional-analitik metodlar asosida tadqiq qilish masalalariga katta e’tibor qaratilgan. Asarda diffuziya jarayonlari, Markov jarayonlari, Feller yarimgruppalari, psevdodifferensial operatorlar va elliptik chegaraviy masalalar o‘zaro bog‘liq holda o‘rganiladi. Ayniqsa, maksimal prinsiplar va degeneratsiyalangan elliptik operatorlar bilan bog‘liq chegaraviy masalalarning tadqiq etilishi mazkur mavzu uchun muhim nazariy asos yaratadi [3].

Markov jarayonlarining differensial tenglamalar bilan bog‘liqligini tushuntirishda Feller yarimgruppalari nazariyasi alohida ahamiyatga ega. Feller yarimgruppasi Markov jarayonining evolyutsiyasini funksional fazoda ifodalash imkonini beradi. Bunda generatorning aniqlanish sohasi va chegaraviy shartlar o‘rtasidagi munosabat muhim o‘rin tutadi. Tairaning tadqiqotlarida Feller yarimgruppalari va elliptik chegaraviy masalalar o‘rtasidagi munosabatlar tizimli ravishda ishlab chiqilgan [1; 2]. Mazkur nazariy yo‘nalishning yana bir muhim qismi diffuziya jarayonlarining chegaradagi xatti-harakatini o‘rganish bilan bog‘liq. Markov zarrachasi ma’lum bir sohaga kirishi, undan chiqishi yoki chegarada yutilishi holatlari mos ravishda turli chegaraviy masalalarni yuzaga keltiradi. Dirixle sharti, Neyman sharti va umumlashgan Venttsel tipidagi chegaraviy shartlar Markov jarayonlarining turli chegaraviy xatti-harakatlarini matematik ifodalash imkonini beradi. Tairaning 2009-yilgi nashrida Venttsel chegaraviy shartlari yordamida Markov jarayonlarini konstruksiya qilishning funksional-analitik yondashuvi batafsil ko‘rib chiqilgan [4].

Uchinchi tartibli differensial operatorlar masalasida esa tadqiqotlarning yo‘nalishi biroz boshqacha shakllangan. A.R. Aliev va S.F. Babayeva uchinchi tartibli operator-differensial tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni tadqiq qilib, chegaraviy shartlardan birida chiziqli operator ishtirok etadigan holatni o‘rganganlar. Ularning ishida yarim o‘qda aniqlangan uchinchi tartibli operator-differensial tenglama uchun masalaning korrekt va yagona yechilishini ta’minlovchi operator koeffitsiyentlariga yetarli shartlar olingan [5]. Tadqiqot Sobolev tipidagi fazolarda olib borilib, operatorning o‘z-o‘ziga qo‘shma xususiyatlari va regular yechilish masalalariga ham e’tibor qaratilgan.

Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, klassik Markov diffuziya jarayonlari uchun generator masalasi asosan ikkinchi tartibli differensial operatorlar doirasida rivojlangan. Shu sababli uchinchi tartibli operatorni bevosita klassik diffuziya generatori sifatida talqin qilish ehtiyotkorlikni talab qiladi. Uchinchi tartibli hadlar yuqori tartibli operator-differensial tenglamalar, operatorlar kompozitsiyasi yoki kengaytirilgan modellar orqali yuzaga kelishi mumkin. Shu jihatdan uchinchi tartibli operator bilan Markov jarayoni o‘rtasidagi bog‘lanishni operatorlar nazariyasi va yarimgruppalar yondashuvi orqali o‘rganish ilmiy jihatdan asosli yo‘nalish hisoblanadi. Umuman olganda, mavjud adabiyotlarni uch asosiy yo‘nalishga ajratish mumkin. Birinchi yo‘nalish Markov jarayonlari, Feller yarimgruppalari va elliptik chegaraviy masalalar o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rganadi. Bu yo‘nalishda K. Tairaning ishlari fundamental ahamiyatga ega [1–4]. Ikkinchi yo‘nalish uchinchi tartibli operator-differensial tenglamalarning chegaraviy masalalarini, ularning korrektligi va yagonaligini tadqiq qiladi; bunda A.R. Aliev va S.F. Babayeva ishlarini alohida qayd etish mumkin [5]. Uchinchi yo‘nalish esa yuqori tartibli va umumlashgan differensial operatorlarni stoxastik jarayonlar, yarimgruppalar va funksional fazolar bilan bog‘lash masalalarini qamrab oladi. Shu bilan birga, mavjud tadqiqotlarda uchinchi tartibli differensial operatorlar uchun chegaraviy shartlar bilan Markov diffuziya jarayonlarining ehtimollik talqinini yagona matematik model doirasida birlashtirish masalasi yetarlicha keng yoritilmagan. Aynan shu jihat mazkur tadqiqotning ilmiy yo‘nalishini belgilaydi. Ushbu maqolada uchinchi tartibli operator-differensial tenglamalar nazariyasi bilan Markov diffuziya jarayonlari nazariyasining umumiy jihatlarini aniqlash, chegaraviy operatorlarning yechimga ta’sirini o‘rganish va masalaning mavjudlik, yagonalik hamda barqarorlik shartlarini aniqlashga e’tibor qaratiladi. Shunday qilib, adabiyotlar tahlili mazkur mavzuning ikki alohida, ammo o‘zaro bog‘liq ilmiy yo‘nalish — Markov diffuziya jarayonlari va chegaraviy masalalar nazariyasi hamda uchinchi tartibli operator-differensial tenglamalar nazariyasi kesishmasida joylashganligini ko‘rsatadi. Ularning integratsiyasi yuqori tartibli differensial operatorlar uchun yangi chegaraviy modellarni ishlab chiqish, ularning korrektligini aniqlash va ehtimollik talqinini shakllantirish uchun nazariy asos yaratadi.

Tadqiqot natijalari va muhokamasi. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, Markov diffuziya jarayonlari bilan uchinchi tartibli differensial operatorlarni bog‘lashda eng muhim masalalardan biri operatorning to‘g‘ri matematik talqinini tanlashdir. Klassik diffuziya jarayoni uchun generator ikkinchi tartibli bo‘lsa-da, undan hosil qilingan operator-kompozitsiyalar yoki kengaytirilgan modellar uchinchi tartibli differensial ifodalarni hosil qilishi mumkin. Shu sababli uchinchi tartibli operator asosida qurilgan chegaraviy masalani Markov jarayoni bilan bog‘lashda uning generatorlik xususiyati alohida tekshirilishi lozim.

Umumiy uchinchi tartibli masala

$$Au=f$$

uchun chegaraviy operator

$$\mathcal{B}u=g$$

bilan birgalikda qaraladi. Masalan,

$$\begin{cases} a_3u'''+a_2u''+a_1u'+a_0u=f, \\ u(0)=g_1, \\ u(L)=g_2, \\ u'(0)=g_3 \end{cases}$$

masalasi uchta mustaqil chegaraviy shartga ega.

Agar

$$a_3(x)\neq 0$$

va koeffitsiyentlar yetarlicha silliq bo‘lsa, masalani uchinchi tartibli oddiy differensial tenglama sifatida o‘rganish mumkin. Biroq $a_3(x)$ ayrim nuqtalarda nolga aylansa, operator degeneratsiyalanadi va klassik yechimning mavjudligi alohida tekshirilishi kerak. Uchinchi tartibli operatorlar bilan bog‘liq chegaraviy masalalarda chegaraviy shartlarning operator ko‘rinishi ham muhim ahamiyatga ega. Adabiyotlarda uchinchi tartibli operator-differensial tenglamalar uchun operatorning chegaraviy shartlarda qatnashishi yechimning korrekt va yagona bo‘lishini ta’minlovchi yetarli shartlar bilan bog‘langan.

Markov diffuziya jarayonlari uchun esa chegaraga yetib borish ehtimoli va birinchi chiqish vaqti muhim ko‘rsatkichlardan hisoblanadi. Diffuziyaning chegaraviy xatti-harakatiga qarab Dirixle, Neyman yoki Robin tipidagi shartlarning matematik talqini o‘zgaradi. Zamonaviy tadqiqotlarda degeneratsiyalangan diffuziyaning chegaraga yetib borish ehtimolini Kolmogorov tenglamalari orqali aniqlash va sonli usullar bilan hisoblash masalalari ham o‘rganilmoqda.

Yechimning yagonaligi

Agar

$$Au=0$$

tenglamaning bir jinsli chegaraviy masalasi faqat

$$u\equiv 0$$

yechimga ega bo‘lsa, chegaraviy masalaning yagonaligi ta’minlanadi.

Bu shartni operatorning yadrosi bilan ifodalash mumkin:

$$\ker(A,\mathcal{B})=\{0\}.$$

Funksional analiz nuqtayi nazaridan bu shart operatorning injektivligi bilan bog‘liq.

Yechimning barqarorligi

Agar ikkita boshlang‘ich ma’lumot

$$f_1, f_2$$

uchun mos yechimlar

$$u_1, u_2$$

mavjud bo‘lsa, barqarorlikni

$$\| u_1-u_2 \|_X \le C(\| f_1-f_2 \|_Y + \| g_1-g_2 \|_Z)$$

ko‘rinishdagi baho bilan ifodalash mumkin.

Bu yerda X,Y,Z tegishli funksional fazolar, $C>0$ esa masalaning parametrlariga bog‘liq bo‘lmagan konstanta.

Bunday baho amaliy hisoblashlarda juda muhim bo‘lib, kiruvchi ma’lumotlardagi kichik xatoliklarning yechimda cheksiz kattalashib ketmasligini ta’minlaydi.

Sonli yechish masalasi. Uchinchi tartibli tenglamalarni sonli yechishda chekli ayirmalar usulidan foydalanish mumkin. Masalan, $x_i=ih$ to‘rni qaraymiz. Uchinchi hosilani quyidagicha yaqinlashtirish mumkin:

$$u'''(x_i)\approx\frac{u_{i+2}-2u_{i+1}+2u_{i-1}-u_{i-2}}{2h^3}.$$

Shunda

$$a_3(x_i)u'''(x_i)+a_2(x_i)u''(x_i)+a_1(x_i)u'(x_i)+a_0(x_i)u_i=f_i$$

tenglama algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi.

Biroq uchinchi tartibli operatorlarda oddiy markaziy ayirmali sxemalarning barqarorligi har doim ham avtomatik ravishda ta’minlanmaydi. Shuning uchun sonli sxemani tanlashda operatorning spektral xususiyatlari, chegaraviy shartlarning turi va to‘r parametrining qiymati hisobga olinishi kerak. 2026-yilda e’lon qilingan tadqiqotlarda uchinchi tartibli elliptik tipdagi chegaraviy masalalar uchun analitik, sonli va regularizatsion yondashuvlar birgalikda qo‘llanayotgani ko‘rsatilgan.

Tadqiqotda ishlab chiqilgan nazariy yondashuvlardan quyidagi yo‘nalishlarda foydalanish mumkin: Markov jarayonlarining chegaradagi xatti-harakatlarini modellashtirish, diffuziya jarayonlarining chegaraga chiqish vaqtlarini baholash, yuqori tartibli differensial tenglamalarni stoxastik jarayonlar bilan bog‘lash, moliyaviy matematika modellarini takomillashtirish, fizik va muhandislik jarayonlarining stoxastik modellarini yaratish, degeneratsiyalangan diffuziya jarayonlarini sonli modellashtirish, chegaraviy shartlarning yechimga ta’sirini aniqlash. Markov jarayonlari va chegaraviy masalalar o‘rtasidagi bog‘liqlik yarimgruppalar nazariyasi orqali ham ifodalanishi mumkin. Xususan, Feller yarimgruppasi generatorining aniqlanish sohasi chegaraviy shartlarni o‘z ichiga olishi mumkin.

Muhokama. Olingan natijalar uchinchi tartibli differensial operatorlar va Markov diffuziya jarayonlarini bevosita tenglashtirishdan ko‘ra, ular o‘rtasidagi operator-kompozitsion va funksional-analitik bog‘lanishni o‘rganish maqsadga muvofiq ekanini ko‘rsatadi. Klassik diffuziya nazariyasida ikkinchi tartibli generator asosiy o‘rin egallaydi. Biroq uchinchi tartibli operatorlar yuqori tartibli modellarni qurishda tabiiy ravishda paydo bo‘lishi mumkin. Shu nuqtayi nazardan, chegaraviy masalaning korrektligi uchta asosiy mezon — mavjudlik, yagonalik va barqarorlik orqali baholanishi kerak. Bundan tashqari, chegaraviy shartning turi Markov jarayonining chegaradagi fizik yoki ehtimollik talqiniga mos kelishi lozim. Masalan, yutiluvchi chegara Dirixle sharti bilan, aks ettiruvchi chegara esa Neyman yoki unga yaqin chegaraviy shartlar bilan modellashtirilishi mumkin. Refleksiyalanuvchi diffuziya uchun chegaraviy masalalarni ehtimollik usullarida tadqiq qilish klassik natijalarga ega. Shunday qilib, uchinchi tartibli operatorlar bilan bog‘langan chegaraviy masalalar klassik Markov diffuziya nazariyasini kengaytiruvchi matematik yo‘nalish sifatida qaralishi mumkin. Bunday masalalarda operatorning tartibi, degeneratsiya darajasi, chegaraviy shartlar va Markov jarayonining probabilistik xususiyatlari birgalikda hisobga olinishi kerak.

Xulosa. Tadqiqot natijasida uchinchi tartibli differensial operatorlar bilan bog‘langan chegaraviy masalalarning Markov diffuziya jarayonlari bilan aloqasi tahlil qilindi. Klassik Itô diffuziyasining generatori ikkinchi tartibli ekanligi asoslandi va uchinchi tartibli operatorlarni Markov jarayonlari bilan bog‘lashning operator-kompozitsion yondashuvi taklif qilindi.

Uchinchi tartibli chegaraviy masalaning umumiy

$$a_3u'''+a_2u''+a_1u'+a_0u=f$$

ko‘rinishi hamda unga mos uchta mustaqil chegaraviy shart ko‘rib chiqildi. Yechimning mavjudligi, yagonaligi va barqarorligi masalaning asosiy matematik mezonlari sifatida belgilandi. Tahlil natijalari shuni ko‘rsatdiki, chegaraviy shartlarni tanlashda faqat differensial tenglamaning tartibini emas, balki Markov jarayonining chegaradagi xatti-harakatini ham hisobga olish zarur. Ayniqsa, yutiluvchi, aks ettiruvchi va aralash chegaralar uchun turli matematik modellar shakllantirilishi mumkin. Kelgusidagi tadqiqotlarda uchinchi tartibli operatorlar uchun Feller tipidagi chegaraviy shartlarni yanada umumlashtirish, degeneratsiyalangan holatlarni o‘rganish, operatorning spektral xususiyatlarini aniqlash hamda yuqori aniqlikdagi sonli sxemalarni ishlab chiqish muhim ilmiy yo‘nalishlar bo‘lib qoladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Taira K. Boundary Value Problems and Markov Processes: Functional Analysis Methods for Markov Processes. – Berlin: Springer, 2020.
2. Freidlin M.I. Diffusion Processes with Reflection and a Third Boundary Value Problem // Theory of Probability and Its Applications. – 1963. – Vol. 8, No. 1. – P. 75–83.
3. Pavliotis G.A. Stochastic Processes and Applications: Diffusion Processes, the Fokker–Planck and Langevin Equations. – Springer.
4. Øksendal B. Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. – Springer.
5. Aliev A.R., Babayeva S.F. On the Boundary Value Problem with the Operator in Boundary Conditions for the Operator-Differential Equation of the Third Order // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. – 2010. – Vol. 6, No. 4. – P. 347–361.
6. Ochilova N.K., Eshmamatova D.B., Romanovskiy V.I. Analytical, numerical, and biomedical aspects of boundary value problems for third-order elliptic-type equations with singular coefficients // Bulletin of the Karaganda University. Mathematics Series. – 2026. – P. 119–135.
7. Kopytko B.I., Shevchuk R.V. The Nonlocal Conjugation Problem for One-Dimensional Parabolic Equation with Discontinuous Coefficients and Associated Feller Semigroup // Theory of Stochastic Processes. – 2019. – Vol. 24(40), No. 2. – P. 17–31.