ATMOSFERA IFLOSLANISHINING TARQALISH JARAYONINI DIFFERENSIAL TENGLAMALAR ASOSIDA MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Razzoqova Hayitgul Safar qizi
Niyozqulov Sherzod Sharofovich
PhD, dotsent
https://doi.org/10.5281/zenodo.23274049

Annotatsiya. Mazkur ilmiy maqolada atmosfera ifloslanishining fazoda tarqalish jarayonlarini differensial tenglamalar asosida matematik modellashtirishning nazariy va amaliy jihatlari yoritiladi. Atmosferaga chiqariladigan zararli moddalar konsentratsiyasining vaqt va makon bo‘yicha o‘zgarishi, shamol tezligi, turbulent diffuziya, ifloslantiruvchi manbaning quvvati hamda kimyoviy parchalanish jarayonlarining ta’siri tahlil qilinadi. Tadqiqotda adveksiya-diffuziya tenglamasi asosiy matematik model sifatida qaralib, uning boshlang’ich va chegaraviy shartlar bilan birgalikdagi ahamiyati asoslanadi. Shuningdek, differensial tenglamalar yordamida atmosfera havosining ifloslanish darajasini prognozlash, xavfli hududlarni aniqlash va ekologik boshqaruv qarorlarini takomillashtirish imkoniyatlari ko‘rib chiqiladi.
Kalit so‘zlar: atmosfera, havo ifloslanishi, differensial tenglama, matematik modellashtirish, adveksiya, diffuziya, turbulentlik, ifloslantiruvchi modda konsentratsiyasi.

Аннотация. В данной научной статье рассматриваются теоретические и практические аспекты математического моделирования процессов распределения атмосферных загрязняющих веществ в пространстве на основе дифференциальных уравнений. Анализируется влияние изменений концентрации вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу во времени и пространстве, скорости ветра, турбулентной диффузии, мощности источника загрязняющего вещества и процессов химического разложения. В качестве основной математической модели рассматривается уравнение адвекции-диффузии, и обосновывается его значимость в сочетании с начальными и граничными условиями. Также рассматриваются возможности прогнозирования уровня загрязнения атмосферного воздуха, выявления опасных зон и совершенствования решений в области охраны окружающей среды с использованием дифференциальных уравнений.
Ключевые слова: атмосфера, загрязнение воздуха, дифференциальное уравнение, математическое моделирование, адвекция, диффузия, турбулентность, концентрация загрязняющих веществ.

Abstract. This scientific article examines the theoretical and practical aspects of mathematically modeling the spatial dispersion of atmospheric pollution using differential equations. It analyzes the spatiotemporal variations in the concentration of harmful substances emitted into the atmosphere, as well as the effects of wind speed, turbulent diffusion, source strength, and chemical degradation processes. The study treats the advection-diffusion equation as the primary mathematical model and substantiates its significance in conjunction

with initial and boundary conditions. Furthermore, the article explores the potential for forecasting atmospheric pollution levels, identifying hazardous zones, and improving environmental management decisions through the use of differential equations.

Key words: atmosphere, air pollution, differential equation, mathematical modeling, advection, diffusion, turbulence, pollutant concentration.

Kirish. Atmosfera havosining ifloslanishi zamonaviy ekologiyaning dolzarb muammolaridan biri bo‘lib, u sanoat korxonalari, transport vositalari, energetika obyektlari va boshqa antropogen manbalar faoliyati bilan bevosita bog’liq. Atmosferaga chiqariladigan chang zarralari, azot oksidlari, oltingugurt dioksidi, uglerod oksidi va boshqa zararli moddalar inson salomatligi, tabiiy ekotizimlar hamda iqlim tizimiga salbiy ta’sir ko‘rsatishi mumkin. Shu sababli ifloslantiruvchi moddalarning atmosferada qanday tarqalishini aniqlash, ularning konsentratsiyasini baholash va kelajakdagi holatini prognozlash muhim ilmiy-amaliy ahamiyatga ega. Atmosferadagi ifloslantiruvchi moddalar harakati murakkab fizik jarayonlar bilan belgilanadi. Bunda havo oqimlarining harakati, molekulyar va turbulent diffuziya, haroratning vertikal taqsimlanishi, atmosfera barqarorligi, yog’ingarchilik va kimyoviy reaksiyalar muhim rol o‘ynaydi. Ushbu omillarning o‘zaro ta’siri sababli ifloslanish jarayonini faqat oddiy empirik formulalar bilan to‘liq tavsiflash qiyin.

Differensial tenglamalar asosida matematik modellashtirish mazkur jarayonlarning qonuniyatlarini miqdoriy ifodalash imkonini beradi. Xususan, adveksiya-diffuziya tenglamalari ifloslantiruvchi moddalarning havo oqimi bilan ko‘chishi va turbulent aralashish natijasida tarqalishini tavsiflaydi. Modelga ifloslantiruvchi moddaning manbai, kimyoviy parchalanish tezligi hamda atmosfera sharoitlarini ifodalovchi parametrlarni kiritish orqali turli ekologik vaziyatlarni hisoblash mumkin.

Maqolaning maqsadi atmosfera ifloslanishining tarqalish jarayonini differensial tenglamalar asosida matematik ifodalash, modelning asosiy parametrlarini tavsiflash va undan ifloslantiruvchi moddalar konsentratsiyasini prognozlashda foydalanish imkoniyatlarini asoslashdan iborat. Tadqiqot vazifalari atmosfera ifloslanishining fizik mexanizmlarini o‘rganish, adveksiya-diffuziya tenglamasini shakllantirish, boshlang’ich va chegaraviy shartlarni belgilash hamda matematik modelning ekologik monitoring va prognozlashdagi amaliy ahamiyatini aniqlashni qamrab oladi.

Adabiyotlar tahlili. Atmosfera ifloslanishini matematik modellashtirish ekologiya, amaliy matematika, gidrodinamika va meteorologiya fanlari kesishgan nuqtada shakllangan ilmiy yo‘nalish hisoblanadi. Ushbu yo‘nalishdagi tadqiqotlarda ifloslantiruvchi moddalarning tarqalishi massa saqlanish qonuni, havo oqimining tezligi, turbulent aralashish va moddalarning fizik-kimyoviy o‘zgarishlari asosida o‘rganiladi. Stockie (2011) atmosfera dispersiyasini matematik modellashtirishga bag’ishlangan tadqiqotida Gauss tutun buluti modelining adveksiya-diffuziya tenglamalari bilan bog’liqligini, uning asosiy farazlarini va ifloslantiruvchi manba quvvatini aniqlash imkoniyatlarini tahlil qilgan. Mazkur yondashuv ifloslanish konsentratsiyasini kuzatuv ma’lumotlari asosida baholash uchun nazariy asos yaratadi.

AQSh Atrof-muhitni muhofaza qilish agentligining (EPA) atmosfera havosi sifatini modellashtirish bo‘yicha materiallarida ifloslantiruvchi moddalar tarqalishini hisoblashda emissiya manbalari va meteorologik ma’lumotlardan foydalanish muhimligi ko‘rsatilgan.

AERMOD modeli shamol, atmosfera turbulentligi, manba balandligi va relyef xususiyatlarini hisobga oluvchi dispersiya modellaridan biri hisoblanadi. Shuningdek, CMAQ (Community Multiscale Air Quality) tizimi atmosferadagi ifloslantiruvchi moddalarning ko‘chishi, kimyoviy reaksiyalari, cho‘kishi va boshqa fizik-kimyoviy jarayonlarni kompleks ravishda modellashtirishga mo‘ljallangan. Ushbu tizimda massa saqlanish qonuniga asoslangan differensial tenglamalar va ularning sonli yechim usullari qo‘llaniladi. Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, atmosfera ifloslanishini aniq prognozlash uchun matematik tenglamalarni tanlash bilan bir qatorda, mahalliy meteorologik sharoitlar, emissiya miqdori, atmosfera barqarorligi va kuzatuv ma’lumotlarini hisobga olish talab etiladi. Shu sababli mazkur maqolada ifloslantiruvchi moddalarning tarqalishini tavsiflovchi asosiy differensial tenglama va uning amaliy qo‘llanish imkoniyatlariga e’tibor qaratiladi.

Tadqiqot metodologiyasi. Tadqiqot metodologiyasi nazariy tahlil, matematik modellashtirish, differensial tenglamalarni shakllantirish va hisoblash natijalarini fizik mazmuni bo‘yicha talqin qilish usullariga asoslanadi. Modelni ishlab chiqishda atmosfera havosida ifloslantiruvchi moddaning massasi saqlanish qonuni asos qilib olinadi.

Atmosfera uch o‘lchamli fazo sifatida qaraladi. Ifloslantiruvchi moddaning konsentratsiyasi quyidagi funksiya orqali ifodalanadi:

$$C = C(x,y,z,t)$$

Bu yerda:

C— ifloslantiruvchi modda konsentratsiyasi, kg/m³;

x, y, z— fazoviy koordinatalar, m;

t— vaqt, s.

Ifloslantiruvchi moddaning tarqalishiga shamol oqimi, turbulent diffuziya, emissiya manbalari va kimyoviy parchalanish ta’sir ko‘rsatadi. Ushbu jarayonlarni birgalikda ifodalash uchun quyidagi umumiy adveksiya-diffuziya-reaksiya tenglamasi qo‘llaniladi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (uC) = \nabla \cdot (K\nabla C) + S - \lambda C.$$

Bu yerda $u = (u,v,w)$ — shamol tezligining vektori; K — molekulyar va turbulent diffuziyani ifodalovchi koeffitsiyent yoki tenzor; S — ifloslantiruvchi moddaning hajmiy manbai; λ— birinchi tartibli parchalanish koeffitsiyenti; ∇— fazoviy differensial operator.

Tenglamaning chap tomonidagi hadlar konsentratsiyaning vaqt bo‘yicha o‘zgarishi va havo oqimi ta’siridagi ko‘chishini ifodalaydi. O‘ng tomondagi hadlar esa turbulent aralashish, ifloslantiruvchi moddaning atmosferaga kirib kelishi va parchalanishi natijasidagi o‘zgarishlarni tavsiflaydi. Ushbu tenglama atmosfera havosi sifatini hisoblashda qo‘llaniladigan kengroq kimyoviy-transport modellarining asosiy matematik tamoyillariga mos keladi. Modelni yechish uchun boshlang’ich va chegaraviy shartlar belgilanadi. Boshlang’ich shart ifloslantiruvchi moddaning $t = 0$ vaqtdagi taqsimotini, chegaraviy shartlar esa hisoblash hududining chetlaridagi konsentratsiya yoki modda oqimini belgilaydi. Amaliy hisoblashda ushbu parametrlar meteorologik kuzatuvlar, emissiya inventarizatsiyasi va havo sifati monitoringi ma’lumotlari asosida aniqlanadi.

Atmosfera ifloslanishining tarqalish jarayonini matematik modellashtirish

Bir o‘lchamli matematik model. Atmosferada ifloslantiruvchi moddaning tarqalishini dastlab soddalashtirilgan bir o‘lchamli model orqali o‘rganish mumkin. Bunda shamolning asosiy yo‘nalishi xo‘qi bo‘ylab deb olinadi, diffuziya koeffitsiyenti o‘zgarmas deb qaraladi va manbadan tashqarida moddaning qo‘shimcha kiritilishi mavjud emas deb faraz qilinadi.

Bunday sharoitda matematik model quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \lambda C.$$

Bu yerda u— shamolning o‘rtacha tezligi, m/s; D— samarali diffuziya koeffitsiyenti, m^2/s; λ— ifloslantiruvchi moddaning parchalanish koeffitsiyenti,

Tenglama uchta asosiy fizik jarayonni ifodalaydi: shamol ta’sirida ko‘chish, diffuziya natijasida tarqalish va kimyoviy yoki boshqa birinchi tartibli jarayonlar hisobiga kamayish. Agar $\lambda = 0$ deb olinsa, modelda moddaning parchalanishi hisobga olinmaydi. Bu faraz kimyoviy jihatdan barqaror modda yoki qisqa vaqt oralig’idagi ayrim jarayonlarni dastlabki tahlil qilishda qo‘llanishi mumkin.

Uch o‘lchamli model va tashqi manba. Haqiqiy atmosferada ifloslantiruvchi moddalar nafaqat gorizontal, balki vertikal yo‘nalishda ham tarqaladi. Shu sababli sanoat korxonalarining tutun quvurlari, transport yo‘llari va boshqa manbalardan chiqadigan moddalarni o‘rganishda uch o‘lchamli modeldan foydalanish maqsadga muvofiq.

Shamol tezligi komponentlari u, v, w , diffuziya koeffitsiyentlari esa K_x, K_y, K_z bilan belgilansa, model quyidagicha yoziladi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} + w\frac{\partial C}{\partial z} = K_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + S - \lambda C.$$

Mazkur tenglama shamol tezligi va diffuziya koeffitsiyentlari koordinatalar bo‘yicha o‘zgarmas bo‘lgan holat uchun yozilgan. Agar ular fazoda o‘zgaruvchan bo‘lsa, diffuziya hadlarini $\nabla \cdot (K\nabla C)$ ko‘rinishida ifodalash kerak. Ushbu model orqali ifloslanish bulutining shamol yo‘nalishida siljishi, yon tomonlarga yoyilishi va vertikal aralashishi o‘rganiladi. Sfunksiyasi emissiya manbasining joylashuvi va vaqt bo‘yicha ishlash rejimini hisobga olish imkonini beradi. Masalan, sanoat korxonasi uzluksiz ishlaganda manba doimiy, texnologik jarayon davriy bo‘lganda esa vaqtga bog’liq bo‘lishi mumkin.

Boshlang’ich va chegaraviy shartlar. Differensial tenglamaning amaliy yechimini olish uchun boshlang’ich va chegaraviy shartlar aniq belgilanishi kerak. Boshlang’ich shart quyidagicha yoziladi:

$$C(x,y,z,0) = C_0(x,y,z).$$

Bu yerda C_0— hisoblash boshlanishidagi konsentratsiya taqsimoti.

Hisoblash hududining kirish chegarasida fon konsentratsiyasi berilishi mumkin:

$$C(0,y,z,t) = C_{fon}.$$

Hududning boshqa chegaralarida esa masalan, modda oqimi nolga teng bo‘lgan shart yoki atmosferadan erkin chiqib ketishni ifodalovchi shart qo‘llanishi mumkin. Yer sirtida quruq cho‘kish mavjud bo‘lsa, konsentratsiya gradienti va cho‘kish tezligini bog’lovchi chegara sharti kiritiladi. Shartlarni tanlash hududning geografik xususiyatlari, yer yuzasi, shamol rejimi va ifloslantiruvchi moddaning fizik xossalariga mos bo‘lishi zarur. Aks holda, matematik yechim olingan taqdirda ham uning fizik mazmuni haqiqiy atmosfera jarayonini yetarli darajada aks ettirmasligi mumkin.

Tadqiqot natijalari va muhokamasi. Mazkur tadqiqotning nazariy tahlili atmosfera ifloslanishini modellashtirishda adveksiya-diffuziya tenglamasi asosiy jarayonlarni birlashtiruvchi matematik vosita ekanini ko‘rsatadi. Model yordamida ifloslantiruvchi moddaning fazodagi konsentratsiya taqsimotini hisoblash, shamol va turbulent aralashishning ta’sirini alohida baholash hamda manba faoliyatining turli ssenariylarini taqqoslash mumkin. Birinchidan, shamol tezligi ortishi bilan ifloslantiruvchi modda, odatda, manbadan uzoqroq hududlarga tezroq ko‘chadi. Biroq shamolning kuchayishi ayrim nuqtalardagi konsentratsiyaning har doim kamayishini anglatmaydi: natija manbaning xususiyatlari, atmosferaning barqarorligi, aralashish sharoitlari va kuzatuv nuqtasining joylashuviga bog’liq. Ikkinchidan, diffuziya koeffitsiyenti ifloslantiruvchi moddaning fazoda yoyilish darajasini belgilaydi. Samarali diffuziya kuchliroq bo‘lganda modda konsentratsiyasi kengroq hududga tarqalishi mumkin. Bunda manba yaqinidagi eng yuqori konsentratsiya pasayishi ehtimoli mavjud, ammo moddaning boshqa hududlarga tarqalish maydoni kengayadi. Uchinchidan, λparchalanish koeffitsiyenti moddaning vaqt davomida kamayish tezligini tavsiflaydi. Agar ushbu jarayon birinchi tartibli kinetik qonunga bo‘ysunsa, moddaning kimyoviy parchalanishidan keyin qoladigan ulushi manbadan chiqib ketganidan beri o‘tgan vaqtga bog’liq bo‘ladi. Shu bilan birga, fizik cho‘kish va yog’ingarchilik orqali yuvilish kabi mexanizmlar zarur bo‘lsa, alohida hadlar bilan ifodalanishi lozim. To‘rtinchidan, matematik model asosida emissiya manbalarining ishlash rejimlarini taqqoslash mumkin. Masalan, manba quvvatining kamaytirilishi yoki emissiyaning ma’lum vaqt oralig’ida cheklanishi natijasida konsentratsiya maydonining qanday o‘zgarishi hisoblanadi. Bunday tahlil ekologik boshqaruv, sanoat korxonalarini joylashtirish va monitoring stansiyalarini rejalashtirishda foydali bo‘lishi mumkin. Shu bilan birga, ushbu maqolada keltirilgan natijalar nazariy model tahliliga asoslangan bo‘lib, muayyan hudud uchun real kuzatuv ma’lumotlari asosida bajarilgan sonli hisoblash yoki tajriba-sinov natijalari sifatida talqin qilinmasligi kerak. Modelning aniqligini baholash uchun meteorologik ma’lumotlar, emissiya ko‘rsatkichlari va havodagi ifloslantiruvchi moddalar konsentratsiyasi bo‘yicha o‘lchovlar talab etiladi. Murakkab shahar va sanoat hududlarida relyef, binolar, o‘zgaruvchan shamol hamda kimyoviy reaksiyalarni hisobga oluvchi kengaytirilgan modellar qo‘llanishi mumkin. EPA tomonidan tavsiflangan AERMOD va CMAQ tizimlari bunday amaliy vazifalarning turli miqyoslarini hal etishda qo‘llanadi.

Xulosa. Atmosfera ifloslanishining tarqalish jarayonini differensial tenglamalar asosida matematik modellashtirish ekologik holatni baholash va ifloslantiruvchi moddalar

konsentratsiyasini prognozlashning muhim ilmiy yo‘nalishidir. Tadqiqot davomida adveksiya-diffuziya-reaksiya tenglamasining fizik mazmuni, uning asosiy parametrlari va boshlang’ich hamda chegaraviy shartlarning ahamiyati ko‘rib chiqildi.

Nazariy tahlil asosida quyidagi xulosalarga kelindi: Adveksiya-diffuziya tenglamasi atmosfera ifloslanishining asosiy fizik mexanizmlarini — shamol ta’siridagi ko‘chish va turbulent aralashish jarayonlarini — matematik ifodalash imkonini beradi. Shamol tezligi, diffuziya koeffitsiyenti va ifloslantiruvchi manbaning emissiya quvvati konsentratsiyaning fazoviy taqsimotiga sezilarli ta’sir ko‘rsatadi. Kimyoviy parchalanish, quruq cho‘kish va yog’ingarchilik orqali yuvilish jarayonlarini modelga kiritish hisoblash natijalarining fizik jihatdan to‘liqroq bo‘lishiga yordam beradi. Matematik modelni amaliy qo‘llashda mahalliy meteorologik sharoitlar va atmosfera havosi sifati monitoringi ma’lumotlaridan foydalanish zarur. Modelning ishonchliligini oshirish uchun sonli hisoblash natijalarini real o‘lchovlar bilan taqqoslash va parametrlarni kalibrlash talab etiladi. Shunday qilib, differensial tenglamalarga asoslangan matematik modellashtirish atmosfera ifloslanishining tarqalish qonuniyatlarini o‘rganish, ehtimoliy ekologik xavf hududlarini aniqlash va ifloslantiruvchi chiqindilarni kamaytirish bo‘yicha ilmiy asoslangan qarorlar ishlab chiqishda samarali vosita hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Stockie J. M. The Mathematics of Atmospheric Dispersion Modeling // SIAM Review. — 2011. — Vol. 53, No. 2. — P. 349–372. https://doi.org/10.1137/10080991X
2. Byun D. W., Ching J. K. S. (eds.). Science Algorithms of the EPA Models-3 Community Multiscale Air Quality (CMAQ) Modeling System. — EPA/600/R-99/030. — U.S. Environmental Protection Agency, 1999.
3. U.S. Environmental Protection Agency. Air Quality Dispersion Modeling. — Rasmiy elektron manba. https://www.epa.gov/scram/air-quality-dispersion-modeling.
4. U.S. Environmental Protection Agency. Air Quality Dispersion Modeling — Preferred and Recommended Models. — Rasmiy elektron manba. https://www.epa.gov/scram/air-quality-dispersion-modeling-preferred-and-recommended-models.
5. U.S. Environmental Protection Agency. CMAQ Documentation. — Rasmiy elektron manba. https://www.epa.gov/cmaq/cmaq-documentation.
6. Seinfeld J. H., Pandis S. N. Atmospheric Chemistry and Physics: From Air Pollution to Climate Change. 3rd ed. — Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2016.
7. Jacob D. J. Introduction to Atmospheric Chemistry. — Princeton, NJ: Princeton University Press, 1999.
8. Holmes N. S., Morawska L. A Review of Dispersion Modelling and Its Application to the Dispersion of Particles: An Overview of Different Dispersion Models Available // Atmospheric Environment. — 2006. — Vol. 40, No. 30. — P. 5902–5928.