FIZIK MAYATNIKNING KATTA AMPLITUDALI TEBRANISHLARI DAVRINING ELEMENTAR FUNKSIYALARDAGI ANIQ ANALITIK YECHIMI VA NOCHIZIQLI TIZIMLARGA UMUMLASHTIRISH

Xudoyberdiyeva Malika Karomat qizi
O‘zbekiston Milliy Universiteti
Fizika fakulteti katta o‘qituvchi, PhD
e-mail: xudoyberdiyeva94@inbox.ru

Abdullajonova Gulsanam Yodgorali qizi
O‘zbekiston Milliy Universiteti
Fizika fakulteti 1-kurs talabasi
e-mail: abdullajonovagulsanam9@gmail.com

Bo‘ronov Musobek Orifovich
O‘zbekiston Milliy Universiteti
Fizika fakulteti 2-kurs talabasi
e-mail: musobek658@gmail.com

Doniyorov Nodir Olimjon o’g’li
O‘zbekiston Milliy Universiteti
Fizika fakulteti 2-kurs talabasi
doniyorovnodir10@gmail.com

Quvondiqova Nozima
O‘zbekiston Milliy Universiteti
Fizika fakulteti 3-kurs talabasi
quvondiqovanozimaxon011@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.20117154

Annotatsiya. Ma’lumki, mayatnikning katta tebranishlar (20 darajadan yuqori) davrini aniqlash masalasi hanuzgacha munozarali bo‘lib qolmoqda. Ushbu maqolada fizik mayatnikning katta burchak ostidagi tebranish davri uchun aniq analitik yechim olingan. Maksimal og‘ish holatidan muvozanat nuqtasigacha bo‘lgan o‘rtacha tezlik qiymati tenglamasining keltirib chiqarilishi maqola mualliflari tomonidan bir necha usul bilan amalga oshirilgan. Mayatnikning katta tebranishlarini yechishda qo‘llanilgan ushbu metod istalgan chiziqli bo‘lmagan tebranma tizimlar uchun ham tatbiq etilishi mumkin. Zamonaviy adabiyotlarda keltirilgan taqribiy usullardan farqli o‘laroq, taklif etilayotgan metod, boshlang‘ich ma’lumotlar mavjud bo‘lganda, har qanday turdagi chiziqli bo‘lmagan tebranishlarning aniq yechimlarini olish imkonini beradi.
Kalit so'zlar: fizik mayatnik; katta tebranishlar davri; umumiy chiziqli bo'lmagan tebranishlarning yechimlari; mayatnik uzunligi; Gyuygens masalasi; elliptik integrallar; tenglamalarni hosil qilish; elementar funksiyalar; tortishish doimiysini aniqlash; iteratsiya usuli

Abstract. It is well known that determining the period of a pendulum undergoing large-amplitude oscillations (exceeding 20 degrees) remains a subject of ongoing discussion. In this paper, an exact analytical solution for the oscillation period of a physical pendulum at large angular displacements is obtained. The derivation of the equation for the average velocity from the point of maximum deviation to the equilibrium position has been carried out by the authors using several independent approaches. The method employed to solve the problem of large-amplitude oscillations of the pendulum can also be extended to arbitrary nonlinear oscillatory

systems. Unlike the approximate techniques commonly presented in modern literature, the proposed method makes it possible to obtain exact solutions for nonlinear oscillations of any type, provided that the initial conditions are specified.

Keywords: physical pendulum; large-amplitude oscillation period; solutions of general nonlinear oscillations; pendulum length; Huygens' problem; elliptic integrals; derivation of equations; elementary functions; determination of the gravitational constant; iteration method.

Аннотация. Как известно, задача определения периода маятника при больших амплитудах колебаний (свыше 20 градусов) до настоящего времени остаётся дискуссионной. В данной работе получено точное аналитическое решение для периода колебаний физического маятника при больших угловых отклонениях. Выведение уравнения среднего значения скорости от положения максимального отклонения до положения равновесия выполнено авторами несколькими независимыми методами. Предложенный метод решения задачи больших колебаний маятника может быть распространён на произвольные нелинейные колебательные системы. В отличие от приближённых методов, представленных в современной литературе, предлагаемый подход позволяет получать точные решения нелинейных колебаний любого типа при наличии заданных начальных условий.

Ключевые слова: физический маятник; период больших колебаний; решения общих нелинейных колебаний; длина маятника; задача Гюйгенса; эллиптические интегралы; вывод уравнений; элементарные функции; определение гравитационной постоянной; метод итераций.

Kirish.

Mayatnik vaqtni o'lchash vositasi sifatida bir necha asrlardan beri ma'lum. Kvarts soatlari ixtiro qilinishidan oldin, mayatniklar eng aniq astronomik soatlar va xronometrlarni ishlab chiqarishda ishlatilgan. Mayatnik hali ham geofizik sinovlarda o'lchash vositasi sifatida ishlatiladi. Mahalliy tortishish kuchini (tortishish tezlanishini) aniqlash inson faoliyatining turli sohalarida juda muhimdir.

Bundan tashqari, mayatnik tebranishlari qonunlari bunday tajribalarni o'tkazishda ikki xil usulda qo'llaniladi. Buning sababi shundaki, tortishish doimiysini mexanik ravishda aniqlash uchun tajribalar ikki xil usulda o'tkaziladi: statik va dinamik.

Statik usul (klassik Kavendish usuli) burama tarozida kichik sharlarning harakatsiz kattaroq jismlarga statik tortishish kuchini o'lchaydi. Biroq, hisoblash uchun burama tarozining osma qismining qattiqligi ma'lum bo'lishi kerak. Bu ma'lumot tarozining tebranish davrlarini o'lchash orqali olinadi[7, 44-bet].

Dinamik usul burish muvozanatining tebranish davrlarini jalb qiluvchi massalarning ikki xil holatida o'lchaydi [7, 45-bet]. Lekin ikkala holatda ham mayatnik tebranish qonunlarini aniq bilish zarur. Shu bilan birga, katta mayatnik tebranishlari davrini (20 darajadan ortiq) aniqlash muammosi hali ham muhokama qilinmoqda. Ushbu muammoning analitik yechimi bo'yicha bibliografiya asosan [1-4] asarlarga tegishli.

Mayatnik tebranish davrini tizimli o'rganish Gyuygensning 1673-yilda "Mayatnik soati" memuarida tasvirlangan ishi bilan boshlangan. Ushbu memuarda Gyuygens kerakli davrlarni olish uchun mayatnik uzunligini hisoblashning oddiy usullarini taqdim etadi. Kichik mayatnik tebranishlari uchun Gyuygens tebranish davrlari haqidagi xulosalarini asoslasa, memuarining butun bir bobi bunga bag'ishlangan. Kattaroq tebranish burchaklari uchun Gyuygens shunchaki

shunday deydi: "Boshqa tomondan, turli tebranish yoylari uchun davrlar nisbati qat'iy tamoyillarga asoslanib va har qanday aniqlik bilan hisoblanishi mumkin. Masalan, mayatnikning aylananing chorak qismini kesib o'tgan vaqti juda kichik yoy bo'ylab 34:29 ga teng tushish vaqtiga bog'liqligini ko'rsatish mumkin". Mayatnik tebranish davrini tizimli o'rganish Gyuygensning 1673-yilda "Mayatnik soati" [1] memuarida tasvirlangan ishi bilan boshlangan. Ushbu memuarda Gyuygens kerakli davrlarni olish uchun mayatnik uzunligini hisoblashning oddiy usullarini taqdim etadi. Kichik mayatnik tebranishlari uchun Gyuygens tebranish davrlari haqidagi xulosalarini asoslasa, memuarining butun bir bobi bunga bag'ishlangan. Kattaroq tebranish burchaklari uchun Gyuygens shunchaki shunday deydi: "Boshqa tomondan, turli tebranish yoylari uchun davrlar nisbati qat'iy tamoyillarga asoslanib va har qanday aniqlik bilan hisoblanishi mumkin. Masalan, mayatnikning aylananing chorak qismini kesib o'tgan vaqti juda kichik yoy bo'ylab 34:29 ga teng tushish vaqtiga bog'liqligini ko'rsatish mumkin".

"Tebranish davrlaridagi bu farq, ba'zilar ishonganidek, hech qanday tarzda havo qarshiligi bilan izohlanmaydi, balki harakatning tabiati va aylananing xususiyatlaridan kelib chiqadi" [1, 19-bet]. Gyuygens ham juda aniq munosabatni taqdim etadi: "Bu ta'rif juda aniq: 34:29 = 1.172. Haqiqiy qiymat 1.180 ga teng, ya'ni xato atigi 0.8%. Gyuygens bo'yicha nemis sharhlovchilari Heksher va Jettingen Gyuygensning natijaga qanday erishganini ko'rsatmaganligini va muammoning to'liq analitik yechimiga faqat 1734-yilda Elvius tomonidan elliptik integral yordamida erishilganligini ta'kidlaydilar" [1, 317-bet].

Gyuygens faqat mayatnikning katta tebranishlar davrini qanday hisoblashni bilishini eslatib o'tadi, lekin u bu borada o'z bilimlarini oshkor qilmaydi. Faqat 60 yildan keyin olimlar bu muammoni hal qilish usulini topib, Gyuygensning hisob-kitoblarini tekshirishga muvaffaq bo'lishdi.

Xarakterli jihati shundaki, Elvius (Gyuygensdan keyin muammoni hal qilgan birinchi olim) uni faqat elliptik integrallar orqali hal qila oldi, bularni Gyuygens bilmasligi mumkin edi. Bu fan sirlaridan biridir. Gyuygens elliptik integrallar haqidagi ilmiy bilimlarni oldindan bilgan yoki ularsiz muammoning boshqa yechimini bilgan deb aytish mumkin. Elliptik funksiyalar va ularning mexanikaga qo'llanilishini keng qamrovli o'rganish Pol Appell tomonidan olib borildi, uning natijalari (E. Lacour bilan birgalikda) [2] 1897-yilda nashr etildi. Appell o'zining 1897-yildagi monografiyasida mayatnikning katta burchaklar uchun harakatining differentsial tenglamasining yechimi elliptik integrallarga kamayishini qat'iy isbotladi. Appell uch jildli "Traité mécanique rationnelle" [2][3] nashrida mayatnikning katta tebranishlar davrini aniqlash muammosiga yechim taqdim etadi, bu nashr fransuz tilida bir necha marta nashr etilgan va bir necha bor boshqa tillarga, jumladan, rus tiliga tarjima qilingan. Appellning ishi ikki marta, 1911 va 1960-yillarda rus tiliga tarjima qilingan.

I.G. Malkin tomonidan tarjima qilingan va S.M. Targ tomonidan tahrirlangan 1960-yilgi nashr P. Appelning ikki jildli asarini o'z ichiga oladi. Ushbu asar mayatnikning katta tebranishlariga yechim beradi [3, 515-bet], bu zamonaviy adabiyotda u yoki bu shaklda keltirilgan.

Semjon Adlajning so'zlariga ko'ra, mexanika bo'yicha ko'plab (agar hammasi bo'lmasa ham) nufuzli manbalar hozirda ushbu muammoning elliptik yechimlarini keltiradilar [4]. Shunday qilib, harakatning differentsial tenglamasini integrallash orqali katta deflyatsiyalar uchun mayatnikning tebranish davrini aniqlash masalasini yechish usuli elliptik integrallarga olib keladi. Ma'lumki, elliptik integrallar elementar funktsiyalar nuqtai nazaridan yechimga imkon bermaydi, balki faqat iteratsiya yordamida taxminiy yechimga imkon beradi.

Muammoni hal qilishning muqobil usullarini muhokama qilish

Bu muammoni yechishning yana bir usuli taklif qilingan. Agar ikkinchi darajali harakat differensial tenglamasini integrallash elementar funksiyalarda yakuniy yechim topishga imkon bermasa, unda muammoni differensial tenglamalardan foydalanmasdan yechish qiziqarli bo'lishi

mumkin. Bunday usul mavjud. Differensial tenglama har bir vaqt oralig'ida tezlikning oniy qiymatini beradi, ammo amalda metrologiya masalalarida ko'pincha mayatnikning to'liq tebranish davrini topish kifoya qiladi. Agar mayatnikning oniy tezligining aniq qiymatiga ehtiyojni bekor qilsak va mayatnik tezligining bir davr ichidagi o'rtacha qiymatidan foydalansak, differensial tenglamalarga ehtiyoj yo'qoladi.

Agar mayatnik boshlang'ich a nuqtadan oxirgi b nuqtagacha bo'lgan masofani bosib o'tgan vaqt oralig'ini bilishimiz kerak bo'lsa, mayatnikning harakatlanish tezligini, ab oralig'idagi alohida kesimlarni yoki vaqtning har bir aniq momentidagi oniy tezlikni bilishimiz shart emas. Integral hisoblashdagi o'rtacha qiymat teoremasiga ko'ra, agar f(x) funksiyasi ab kesimi ustida integrallanadigan bo'lsa va funksiya bu kesim ustida o'z belgisini saqlab qolsa, u holda f(c) ning shunday qiymati mavjudki:

$$\int_a^b f(x)dx=\text{f(c)(b}-\text{a)} \qquad (1)$$

Bu teoremaning natijasi funksiyaning o'rtacha integral qiymati uchun (2) formuladir:

$$\text{c}=\bar{f}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \qquad (2)$$

bu yerda $\text{c}=\bar{f}$ funksiyaning o'rtacha integral qiymati.

Agar ab kesmadagi funksiya hamma joyda musbat bo'lsa, u holda funksiya turidan qat'i nazar, o'rtacha qiymatga ega bo'lsa, biz integral qiymatni integrallamasdan hisoblashimiz mumkin.Agar biz tebranish davridagi o'rtacha tezlikni va mayatnikning shu davrda bosib o'tgan masofasini bilsak, biz oddiy algebraik amallar yordamida harakatning differensial tenglamalarini integrallamasdan tebranish davrini hisoblashimiz mumkin.Integral o'rtacha teoremaning sharti shundaki, funksiyaning belgisi doimiy bo'lib qoladi. Mayaknikning tezligi belgisini o'zgartiradi: birinchi yarim davrda belgisi musbat, mayatnik bir yo'nalishda harakatlanadi, ikkinchisida belgisi manfiy,mayatnik teskari yo'nalishda harakatlanadi. Integral o'rtacha teoremasini mayatnikning tebranish davrining yarmiga qo'llash mumkin.

Har bir yarim davrdagi tezlik dastlab ortadi va muvozanat nuqtasidan o'tganda maksimal darajaga yetadi, ya'ni tezlanish musbat bo'ladi. Davrning ikkinchi choragida tezlik pasayadi va maksimal og'ishning qarama-qarshi nuqtasida nolga etadi, ya'ni tezlanish manfiy bo'ladi. Mayatnikning tebranishlari davrning to'rt choragiga bo'linadi, ularning har birida tezlik va tezlanish belgilaridan tashqari o'zgarish qonuni bir xil bo'ladi.Davrning bir choragida mayatnikning o'rtacha tezligini topish kifoya va davrning umumiy qiymati bir chorak davomiyligini to'rtga ko'paytirish orqali olinadi.

Elementar funksiyalarda mayatnik davrini topish usuli

Keling, ordinat o'qini pastga qaratamiz va nol ordinat qiymatini boshlang'ich nuqta bilan tenglashtiramiz.Fizik mayatnik uchun energiyaning saqlanish qonunini yozamiz (rasmga qarang):

$$\frac{mv^2}{2}=mgh \qquad (3)$$

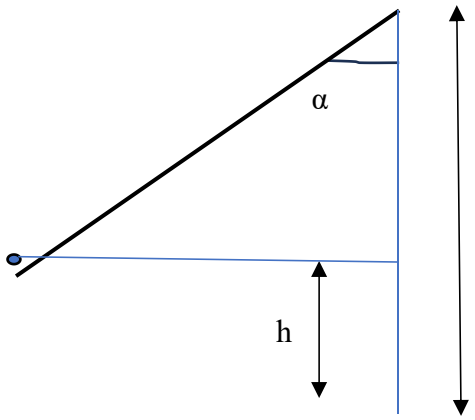
Bu yerda: m - tananing massasi; g - tortishish kuchi tufayli tezlanish; h - massa markazining muvozanat holatidan balandligi; v - massa markazining tezligi:

Biz quyidagilarni olamiz:

$$v=\sqrt{2gh} \qquad \textbf{(4)}$$

$h=R(1-cos\alpha)$ ni qo'yib, massa markazi tezligining lahzali qiymati uchun formulani olamiz:

$$v(\alpha)=\sqrt{2gR(1-cos\alpha)} \qquad (5)$$



Rasm. Fizik mayatnik

Shu bilan birga, $0< \alpha <\pi/2$ diapazonida $cos(\alpha)$ funksiyasi 1 dan $\alpha = 0$ da, chunki $cos(0) = 1$ da, 0 gacha, $\alpha =\pi/2$,$cos\ \pi/2 =0$ da monoton ravishda kamayadi. (5) formulaga ko'ra, maksimal tezlik boshlang'ich αmax nuqtasida bo'lishi kerak va muvozanat $\alpha = 0$ nuqtasida absolyut minimal qiymat bo'ladi. Vaziyatni chegara shartlariga moslashtirish uchun maksimal tezlik muvozanat nuqtasiga mos keladigan darajada normallashtirish amalini qo'llash kerak. Kerakli natijalarga olib keladigan amal og'ish burchagining mos yozuvlar nuqtasini $\pi/2$ ga siljitishdir. Bu holda, (5) tenglamani quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$v(\alpha)=\sqrt{2gR\left(1-cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\right)}=\sqrt{2gR(1-sin\alpha)}$$

Mayatnikning tebranish davrining birinchi choragidagi tezlikning o'rtacha integral qiymatini maksimal og'ishdagi boshlang'ich pozitsiyadan muvozanat nuqtasigacha topaylik (rasmga qarang).

$$v_{cp}=\int_0^{a_{max}} v(\alpha)d\,\alpha \qquad (6)$$

bu yerda: v(α)- massa markazi tezligining oniy qiymati; α - mayatnikning massa markazining og'ish burchagi. (5) ni (6) ga almashtiramiz:

$$v_{cp}=\int_{a_{max}}^{0}\sqrt{2gR(1-sin\alpha)}d\alpha=\sqrt{2gR}\int_{a_{max}}^{0}\sqrt{1-sin\alpha}\,d\alpha \qquad (7)$$

Quyidagi o'zgartirish qilamiz:

$$t=1-sin\alpha \quad \text{va} \quad \alpha=arcsin(1-t) \qquad (8)$$

$$d\alpha=-\frac{1}{\sqrt{t(2-t)}}dt \qquad (9)$$

(9) va (10) ni (8) ga almashtirsak:

$$\int\sqrt{1-sin\alpha}\,da=\int\frac{-\sqrt{t}}{\sqrt{t(2-t)}}dt=\int\frac{-1}{\sqrt{2-t}}dt$$

$z=2-t$ yoki $t=2-z$ ni almashtirish orqali masala jadval integraliga keltiriladi:

$$\int\frac{-1}{\sqrt{2-t}}dt=2\sqrt{2-t}+C \qquad (10)$$

(8) dan t ni almashtirib, biz quyidagilarni olamiz:

$$\int \sqrt{1-sin\alpha}\, da = 2\sqrt{2-1+sin\alpha} = 2\sqrt{1+sin\alpha} + C \qquad (11)$$

Integralning antiderivatividan foydalanib, mayatnikning tebranish davrining birinchi choragidagi o'rtacha tezlikni topamiz. (7) va (11) dan quyidagilarni olamiz:

$$\sqrt{2gR} \int_0^{a_{max}} \sqrt{1-sin\alpha}\, d\alpha$$

Keyin:

$$v_{cp} = 2\sqrt{2gR}\left(\sqrt{(1+sin\alpha_{max}} - 1\right)$$

Ushbu maqola mualliflari bir nechta usullar yordamida maksimal og'ish pozitsiyasidan muvozanat nuqtasigacha bo'lgan o'rtacha tezlik uchun ushbu tenglamani chiqardilar [8]. Muvozanat nuqtasidan qarama-qarshi maksimal pozitsiyagacha bo'lgan tezliklar oyna tasvirlari bo'ladi, ya'ni agar tebranishning birinchi choragida mayatnik 0 dan vmax gacha tezlashsa, u holda davrning keyingi choragida tezlik oyna tasviriga nisbatan vmax dan 0 gacha kamayadi. Maksimal og'ishning ikkinchi nuqtasiga yetganda, tebranishning ikkinchi choragi tugaydi.

Fazoning izotropiyasi tufayli tebranishning ikkinchi yarmi (uchinchi va to'rtinchi choraklar) tebranish davrining birinchi yarmini to'liq takrorlaydi. Olingan (12) ifoda bizga mayatnikning tebranish davrini aniqlash imkonini beradi:

$$T = \frac{S}{v_{cp}} \qquad (13)$$

bu yerda: T - tebranish davri; S - bosib o'tilgan masofa; v_{cp} - davr davomidagi o'rtacha tezlik.φ - Markaziy burchakning yoy uzunligi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$S = R\varphi \qquad (14)$$

Ya'ni, mayatnikning φ burchakli yoyni kesib o'tish vaqti quyidagicha**:**

$$T = \frac{S}{v_{cp}} = \frac{R\varphi}{2\sqrt{2gR}(\sqrt{1+sin\varphi}-1)} = \frac{\varphi\sqrt{R}}{2\sqrt{2g}(\sqrt{1+sin\varphi}-1)} \qquad (15)$$

Butun davr davomida bosib o'tilgan masofa quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S = 4R\alpha_{max} \qquad (16)$$

Bu yerda: R - mayatnikning massa markazining radiusi; α_{max} - mayatnikning maksimal og'ish burchagi, rad; 4 - bu mavjud bo'lgan koeffitsient, chunki αR ko'paytma mayatnikning tebranish davrining ¼ qismida bosib o'tilgan masofani aniqlaydi. (12) va (16) tenglamalarni (13) ga qo'yib, biz quyidagilarni olamiz:

$$T = \frac{S}{v_{cp}} = \frac{\alpha_{max}\sqrt{2R}}{\sqrt{g}(\sqrt{1+sin\alpha_{max}}-1)} \qquad (17)$$

Bu fizik mayatnikning to'liq tebranish davri, agar $0 \le \alpha_{max} \le \pi/2$ bo`lsa. Oxirgi formulada, mayatnikning tebranish radiusi o'rniga, zamonaviy adabiyotda keng tarqalganidek, mayatnikning uzunligi berilishi kerak.

Olingan natijalarni muhokama qilish.

Gyuygens o'z risolasida katta mayatnik tebranishlari uchun muammoni yechish usulini taqdim etmaydi, lekin u aniq sonni keltiradi. Gyuygensning fikriga ko'ra, mayatnikning π/2

burchakdan boshlab tushish vaqtining kichik burchakdan tushish vaqtiga nisbati 34:29 [1, 19-bet] yoki 1:1.1724 ga teng. Gyuygensning risolasiga eslatmada elliptik integrallarni yechishdan olingan qiymat 1.180 ga teng ekanligi aytilgan [1, 317-bet]. Buni bizning yechimimiz bilan solishtiring. Zamonaviy manbalarga ko'ra, mayatnikning kichik tebranishlar davri quyidagicha:

$$T^M=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Shundan kelib chiqib, biz mayatnikning tushish vaqtini kichik burilish burchagidan boshlab aniqlashimiz mumkin. U mayatnik davrining to'rtdan biriga teng bo'ladi, yoki:

$$T^{M}{}_{1/4}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

(18) tenglamaga ko'ra, mayatnikning $\frac{\pi}{2}$ burchakdan boshlab tushish vaqti

$$T^{\delta}{}_{1/4}=\frac{\pi\sqrt{L}}{4\sqrt{2g}(\sqrt{2}-1)}$$

nisbatni topamiz:

$$\frac{\pi\sqrt{L}}{4\sqrt{2g}(\sqrt{2}-1)}:\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{g}}=\frac{1}{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}\approx 1:1.1716$$

Olingan qiymat Gyuygens tomonidan berilgan qiymatdan 0,07% ga va elliptik integral yechimdan 0,72% ga farq qiladi. Olingan yechim hozirda aniq deb hisoblanadigan elliptik integral yechimga qaraganda Gyuygens tomonidan berilgan sonli qiymatga bir necha baravar yaqinroq.

Nochiziqli tebranish muammolarini yechishning umumiy usuli

Taklif qilingan usul mayatnik tebranishlari muammosini yechish bilan cheklanib qolmaydi. Gap shundaki, fizik mayatnikning tebranishlari nochiziqli bo'lib, aynan shu muammoni yechishdagi qiyinchilikdir. Taklif qilingan "davr davomida o'rtacha qiymatlar usuli" bizga erkin nochiziqli tebranishlarni bajaradigan har qanday tebranish tizimlari uchun shunga o'xshash muammolarni yechish imkonini beradi. Muammo shundaki, chiziqli garmonik tebranishlarni bajaradigan tizimlar juda kam uchraydi. Shuni yodda tutish kerakki, tizimning muvozanat holatidan tashqi kuchga chiziqlichegaralanishining bog'liqligini tavsiflovchi Huk qonuni tabiatning universal qonuni emas, balki soddalashtirilgan yaqinlashuvdir. Aslida, masalan, Guk qonunida:

$$F = k* x;$$

bu yerda: F elastiklik kuchi; k qattiqlik koeffitsienti; x muvozanat holatidan chetga chiqishdir.Qattiqlik koeffitsienti k doimiy emas, balki tizimning nochiziqli xususiyatlariga qarab o'zgaruvchandir. Faqat kichik og'ishlar uchun qattiqlik koeffitsientini an'anaviy ravishda doimiy deb hisoblash mumkin. Bu shuni anglatadiki, vaziyat fizik mayatnikning tebranishlarini to'liq takrorlaydi, bu yerda mayatnikning kichik og'ishlari uchun taxminan garmonik tebranishlarni taxmin qilish va fizik mayatnikning tebranishlari uchun yechimlarni olish mumkin, lekin faqat kichik tebranishlar uchun.

Shuning uchun, elementar fizika bo'yicha barcha darsliklarda berilgan garmonik tebranishlar uchun oddiy yechimlar soddalashtirilgan va faqat kichik tebranishlarning majburiy sharti ostida amal qiladi. Biroq, taklif qilingan usul yechimning soddalashtirilishini (chiziqliligini) yo'q qiladi va har qanday tebranishlar uchun, eng muhimi, chiziqli bo'lmagan (garmonik bo'lmagan) tebranishlar uchun yechimlarni oladi.Biz usulning mohiyatini qisqacha bayon qilamiz.

Agar tebranish amplitudasi va tebranish energiyasi chiziqli bo'lmagan tebranish tizimi uchun ma'lum bo'lsa, u holda tebranish paytidagi eng yuqori (maksimal) tezlik va tebranish davri (chastotasi) har doim aniqlanishi mumkin. Har qanday mexanik tizimning erkin tebranishlari mexanik energiyaning saqlanish qonuni bilan belgilanadi. Ya'ni, maksimal kinetik energiya har doim minimal potensial energiya nuqtasida kuzatiladi. Minimal kinetik energiya esa maksimal potensial energiya nuqtasida kuzatiladi. Shunday qilib, maksimal tezlik muvozanat nuqtasida kuzatiladi va maksimal va minimal potensial energiya o'rtasidagi farq bilan belgilanadi. Potensial energiya tizimni muvozanat holatidan siqib chiqaradigan kuchlar tomonidan aniqlanganligi sababli, kuchning kattaligini bilib, tebranishlarning potensial energiyasini aniqlash mumkin. Potensial energiyaning kattaligi maksimal kinetik energiyani va shuning uchun maksimal tezlikning kattaligini belgilaydi. Tizimning maksimal og'ish amplitudasini bilish muvozanat holati yuqorida tavsiflangan usul yordamida tebranish davrini (chastotasini) aniqlash imkonini beradi. Zamonaviy adabiyotlarda tebranish chastotasi qat'iy analitik yechimlarga ega bo'lmagan chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalarni yechish uchun murakkab usullar yordamida aniqlanadi, shuning uchun yechimlar taxminiydir [5, 256-bet]. Yechimlar noto'g'ri bo'lgani va boshqa usullar bilan olinmaganligi sababli, statistik usullar qo'llaniladi. "Statistik chiziqlilashtirish usuli chiziqli bo'lmagan tizimlarni taxminiy o'rganish uchun eng keng tarqalgan usullardan biridir" [5, 261-bet]. Dastlabki ma'lumotlarni hisobga olgan holda, taklif qilingan usul har qanday turdagi chiziqli bo'lmagan tebranishlarga aniq yechimlar olish imkonini beradi.

Xulosa.

Ushbu maqolaning doirasi chiziqli bo'lmaganlik turidan qat'i nazar, umuman chiziqli bo'lmagan tebranishlar parametrlarini aniqlash muammolarining nazariy yechimidir. Xususan, bu usul mayatnikning katta tebranishlar davrini amplitudani kichik tebranishlar bilan cheklash metodologik jihatdan imkonsiz bo'lgan hollarda, masalan, tortishish doimiysini aniqlash tajribalarida yoki texnologik jihatdan qiyin bo'lgan hollarda aniqlash imkonini beradi. Ikkinchi holatda, quyidagilar qo'llaniladi: katta tebranish davrlarini ta'minlash uchun, "kichik tebranishlarni" ta'minlash bilan birga, Avliyo Ishoq soboridagi Fuko mayatnigi (va shunga o'xshash mayatniklar) uchun qilinganidek, mayatnikning uzunligini oshirish kerak.

Mayaknikning burilish burchagidagi cheklovni olib tashlash qurilmaning hajmini sezilarli darajada kamaytiradi.Umuman olganda, tasvirlangan usul har qanday murakkablikdagi tizimning erkin tebranishlari parametrlarini aniqlash muammolarini hal qilish imkonini beradi. Albatta, elliptik integrallar yordamida katta tebranishlar davrini aniqlash uchun yechimlar mavjud, ammo bu usullar hisoblash quvvatini oshirishni talab qiladi, taklif qilingan analitik yechim esa bunday qilmaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Гюйгенс Х. Три мемуара по механике. - М.: АН СССР, 1951.
2. Appell P. and Lacour E. Principes de la Theorie des Fonctions Elliptiques et Applications, Gauthier-Villars, Paris, 1897.

3. Аппель П. Теоретическая механика. В 2-х томах. Т. 1. - М.: Физматгиз.

4. Adlaj S. An eloquent formula for the perimeter of an ellipse / Notices of the AMS 59(8), pp. 1096-1097.

5. Динамический расчет зданий и сооружений (Справочник проектировщика) / М.Ф. Барштейн, В.А. Ильичев, Б.Г. Коренев и др.; под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. – М.: Стройиздат. 1984. 303 с.

6. Иванов И. Новые измерения гравитационной постоянной еще сильнее запутывают ситуацию // Интернет-ресурс http://elementy.ru/news?newsid=432079.

7. Сагитов М.У. Постоянная тяготения и масса Земли. – М.: Наука. 1969. 188.

8. Кочетков А.В., Челпанов И.Б., Федотов П.В. Определение периода больших

9. колебаний маятника в элементарных функциях // Измерительная техника. 2016. №6. С. 39-41.