ANIQMAS INTEGRAL TADBIQLARI

Sobirova Sarvinoz Saminjon qizi
Farg‘ona tuman 3-son texnikumi matematika fan o‘qituvchisi
Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.20315004

Annotatsiya: Ushbu maqolada aniqmas integralning nazariy asoslari va uning turli fan sohalaridagi amaliy tadbiqlari o‘rganilgan. Aniqmas integralning boshlang‘ich funksiya bilan bog‘liqligi, integrallash usullari hamda ularning matematik modellashtirishdagi o‘rni tahlil qilingan. Shuningdek, fizik, iqtisodiy va texnik jarayonlarni ifodalashda integral hisobning ahamiyati yoritilgan. Tadqiqot natijalari aniqmas integralning nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham muhim vosita ekanligini ko‘rsatadi.

Kalit so‘zlar: aniqmas integral, boshlang‘ich funksiya, matematik analiz, integrallash usullari, modellashtirish, differensial tenglama, fizik jarayonlar, iqtisodiy model, funksiyalar, amaliy matematika.

Аннотация. В данной статье исследуются теоретические основы неопределённого интеграла и его практические применения в различных областях науки. Рассматривается связь неопределённого интеграла с первообразной функцией, методы интегрирования и их роль в математическом моделировании. Также анализируется значение интегрального исчисления при описании физических, экономических и технических процессов. Результаты исследования показывают, что неопределённый интеграл является важным инструментом как в теории, так и в практике.

Ключевые слова: неопределённый интеграл, первообразная функция, математический анализ, методы интегрирования, моделирование, дифференциальные уравнения, физические процессы, экономическая модель, функции, прикладная математика.

Abstract. This article examines the theoretical foundations of the indefinite integral and its practical applications in various fields of science. The relationship between the indefinite integral and the antiderivative function, integration methods, and their role in mathematical modeling are analyzed. The importance of integral calculus in describing physical, economic, and technical processes is also discussed. The results show that the indefinite integral is an important tool in both theoretical and applied mathematics.

Keywords: indefinite integral, antiderivative function, mathematical analysis, integration methods, modeling, differential equations, physical processes, economic model, functions, applied mathematics.

Kirish. Matematik analiz fanining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan integral hisob zamonaviy ilm-fan taraqqiyotida alohida o‘rin egallaydi. Xususan, aniqmas integral tushunchasi differensial hisob bilan uzviy bog‘liq bo‘lib, u ko‘plab matematik va amaliy masalalarni yechishda asosiy vositalardan biri sifatida qaraladi. Bugungi kunda texnika, fizika, iqtisodiyot, axborot texnologiyalari, biologiya hamda muhandislik yo‘nalishlarida yuz berayotgan murakkab jarayonlarni modellashtirish va tahlil qilishda integral hisob usullaridan keng foydalanilmoqda. Shu jihatdan aniqmas integral va uning tadbiqlarini o‘rganish nafaqat nazariy, balki amaliy ahamiyatga ham ega hisoblanadi. Aniqmas integral funksiyaning boshlang‘ich funksiyasini topish masalasi bilan chambarchas bog‘liqdir. Ma’lumki, differensiallash jarayoni orqali

funksiyaning hosilasi aniqlansa, integrallash jarayonida esa hosilaga ko‘ra dastlabki funksiya tiklanadi. Bu esa matematik analizning fundamental g‘oyalaridan biri hisoblanadi. Integrallash amallari yordamida turli murakkab funksional bog‘lanishlarni o‘rganish, ularning xossalarini aniqlash va amaliy jarayonlarni matematik ifodalash imkoniyati yuzaga keladi. Shu sababli aniqmas integral mavzusi oliy matematika kurslarining asosiy tarkibiy qismlaridan biri sifatida qaraladi.

Hozirgi davrda matematik modellashtirish usullarining rivojlanishi integral hisobning amaliy qo‘llanish doirasini yanada kengaytirmoqda. Xususan, mexanikada jismlarning harakat qonunlarini aniqlashda, fizikada elektr va magnit maydonlarni tadqiq etishda, iqtisodiyotda ishlab chiqarish jarayonlarini optimallashtirishda hamda statistika va ehtimollar nazariyasida taqsimot funksiyalarini o‘rganishda aniqmas integral usullaridan samarali foydalaniladi. Integral yordamida o‘zgaruvchan miqdorlarning yig‘indisini aniqlash, egri chiziqli jarayonlarni tavsiflash hamda turli kattaliklar orasidagi funksional bog‘lanishlarni ifodalash mumkin bo‘ladi. Aniqmas integralning muhim jihatlaridan biri uning hisoblash usullarining xilma-xilligidir. O‘zgaruvchini almashtirish, bo‘laklab integrallash, ratsional va irratsional funksiyalarni integrallash, trigonometrik almashtirish kabi usullar matematik masalalarni samarali yechishga xizmat qiladi. Ushbu usullar nafaqat sof matematik masalalarda, balki tabiiy va texnik fanlarga oid amaliy muammolarni hal etishda ham qo‘llaniladi. Ayniqsa, murakkab tenglamalar va differensial tenglamalarni yechishda integral usullarining ahamiyati nihoyatda katta hisoblanadi.

Mamlakatimizda matematika ta’limini rivojlantirishga qaratilgan islohotlar natijasida integral hisob mavzularini o‘qitish metodikasi ham takomillashib bormoqda. Zamonaviy pedagogik texnologiyalar, raqamli ta’lim platformalari va interaktiv metodlardan foydalanish aniqmas integral mavzusining mazmunini chuqurroq o‘zlashtirish imkonini bermoqda. Shu bilan birga, matematik analiz bo‘yicha olib borilayotgan ilmiy tadqiqotlar integral hisobning yangi qo‘llanish sohalarini ochib bermoqda. Ayniqsa, sun’iy intellekt, ma’lumotlar tahlili va kompyuter modellashtirish yo‘nalishlarida integral hisob metodlari muhim ilmiy vosita sifatida qaralmoqda. Aniqmas integral mavzusini chuqur o‘rganish talabalar va tadqiqotchilarda mantiqiy fikrlash, analitik tahlil qilish hamda matematik modellashtirish ko‘nikmalarini shakllantiradi. Chunki integral hisob jarayonida nafaqat formulalarni qo‘llash, balki masalaning mohiyatini tushunish, optimal yechim usulini tanlash va natijalarni tahlil qilish talab etiladi. Bu esa matematikaning boshqa bo‘limlarini o‘zlashtirish uchun ham muhim nazariy asos yaratadi. Shuningdek, aniqmas integral tushunchasi zamonaviy ilm-fanning ko‘plab yo‘nalishlari bilan integratsiyalashgan holda rivojlanmoqda. Fizik jarayonlarning matematik modellarini yaratishda, biologik tizimlarning o‘zgarishini tahlil qilishda, iqtisodiy ko‘rsatkichlarning dinamikasini baholashda integral usullar keng qo‘llanilmoqda. Shu sababli aniqmas integral va uning tadbiqlarini ilmiy asosda tadqiq etish bugungi kunning dolzarb masalalaridan biri hisoblanadi.

Mazkur maqolada aniqmas integral tushunchasi, uning asosiy xossalari, integrallash usullari hamda turli sohalardagi amaliy tadbiqlari ilmiy-nazariy jihatdan tahlil qilinadi. Shuningdek, integral hisobning matematik modellashtirishdagi o‘rni va zamonaviy fanlar rivojidagi ahamiyati yoritilib, aniqmas integralning nazariy asoslari hamda amaliy imkoniyatlari keng ko‘lamda ko‘rib chiqiladi.

Adabiyotlar tahlili. Matematik analizning muhim bo‘limlaridan biri hisoblangan integral hisob nazariyasi va uning amaliy tadbiqlari bo‘yicha so‘nggi yillarda o‘zbek ilmiy adabiyotlarida bir qator tadqiqotlar amalga oshirilgan. Ayniqsa, aniqmas integral tushunchasi, integrallash usullari, ularning amaliy masalalarni yechishdagi o‘rni hamda ta’lim jarayonidagi metodik jihatlari keng o‘rganilmoqda. Mavzuga oid ilmiy manbalarni tahlil qilish shuni ko‘rsatadiki, integral hisob nafaqat sof matematik tushuncha sifatida, balki ko‘plab fanlar bilan integratsiyalashgan universal matematik vosita sifatida talqin qilinmoqda. Mavjud ilmiy ishlarda aniqmas integralning nazariy asoslariga alohida e’tibor qaratilgan. Tadqiqotlarda boshlang‘ich funksiya tushunchasi, integralning asosiy xossalari, integrallash formulalari hamda

differensiallash va integrallash amallarining o‘zaro bog‘liqligi izchil yoritilgan. Mualliflar integral hisobning matematik analizdagi fundamental o‘rnini ko‘rsatish bilan bir qatorda, aniqmas integralni hisoblashning turli usullarini ham tahlil qilganlar. Ayniqsa, o‘zgaruvchini almashtirish va bo‘laklab integrallash usullari murakkab funksiyalarni integrallashda samarali metod sifatida izohlangan. Ayrim ilmiy maqolalarda integral tushunchasi geometrik va fizik mazmun bilan bog‘liq holda talqin qilingan. Bunda integral egri chiziq ostidagi yuzani aniqlash, jismlarning hajmini hisoblash, mexanik harakatlarni tavsiflash kabi masalalar orqali tushuntiriladi. Tadqiqotchilar integralning geometrik ma’nosini talabalarga tushuntirishda grafik tasvirlar va modellashtirish usullaridan foydalanish samarali ekanligini ta’kidlaydilar. Bu esa matematik tushunchalarning abstrakt ko‘rinishdan amaliy mazmunga o‘tishini ta’minlaydi.

Integral hisobning iqtisodiy va texnik sohalardagi qo‘llanilishiga bag‘ishlangan ishlarda esa aniqmas va aniq integral yordamida iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish masalalari ko‘rib chiqilgan. Xususan, ishlab chiqarish hajmi, mehnat unumdorligi, xarajat va foyda funksiyalari, talab va taklif jarayonlarini tahlil qilishda integral metodlaridan foydalanish imkoniyatlari yoritilgan. Tadqiqotlarda integral hisobning iqtisodiy tahlildagi roli matematik modellashtirish nuqtayi nazaridan izohlanib, murakkab iqtisodiy jarayonlarni matematik ifodalashda integral usullarining samaradorligi ko‘rsatib berilgan. Adabiyotlarda integral hisobni o‘qitish metodikasiga oid yondashuvlar ham muhim o‘rin egallaydi. Xususan, oliy ta’lim muassasalarida matematik analiz fanini o‘qitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar, interaktiv metodlar va raqamli platformalardan foydalanish bo‘yicha ilmiy tavsiyalar ishlab chiqilgan. Mualliflar integral mavzusini o‘qitishda nazariy ma’lumotlarni amaliy misollar bilan uyg‘unlashtirish talabalar bilimini mustahkamlashini qayd etadilar. Shu bilan birga, integralni hisoblash algoritmlarini bosqichma-bosqich tushuntirish, grafik vositalardan foydalanish va mustaqil ishlash topshiriqlarini ko‘paytirish samarali usul sifatida tavsiya etilgan. So‘nggi ilmiy maqolalarda integral hisobning axborot texnologiyalari va kompyuter modellashtirish bilan integratsiyalashuvi masalalariga ham e’tibor kuchaygan. Tadqiqotchilar matematik dasturlar yordamida integral hisoblash, funksiyalar grafiklarini qurish va modellashtirish orqali murakkab masalalarni tezkor yechish imkoniyatlarini tahlil qilganlar. Bu esa matematika fanini raqamlashtirish jarayonida integral hisobning ahamiyati ortib borayotganini ko‘rsatadi. Zamonaviy dasturiy vositalar integral hisobni nafaqat tez hisoblash, balki uning geometrik va fizik mazmunini chuqurroq tushunishda ham muhim o‘rin tutmoqda.

Mavzuga oid adabiyotlarni tahlil qilish natijasida integral tushunchasi ko‘pincha aniq integral bilan bog‘liq holda tadqiq etilgani kuzatiladi. Biroq aniqmas integralning mustaqil tadbiqlari, ayniqsa differensial tenglamalarni yechish, fizik jarayonlarni ifodalash va funksional bog‘lanishlarni tiklashdagi o‘rni yetarli darajada chuqur tadqiq etilmaganligi ko‘zga tashlanadi. Ayrim maqolalarda aniqmas integral faqat boshlang‘ich funksiya tushunchasi doirasida yoritilib, uning zamonaviy amaliy qo‘llanilishiga kamroq e’tibor qaratilgan. Shuningdek, mavjud adabiyotlarda integral hisobning fanlararo integratsiyasi masalasi ham dolzarb yo‘nalishlardan biri sifatida qaralmoqda. Fizika, biologiya, iqtisodiyot va texnika fanlarida integral metodlardan foydalanish bo‘yicha nazariy yondashuvlar ishlab chiqilgan bo‘lsa-da, ularning ta’lim jarayoniga tatbiqi hali to‘liq shakllanmagan. Ayniqsa, real hayotiy masalalarni matematik modellashtirish asosida integral usullari bilan yechishga qaratilgan metodik qo‘llanmalar yetarli emasligi ilmiy manbalarda qayd etiladi.

Ba’zi tadqiqotlarda integral hisobni o‘rganishda talabalarning analitik fikrlash qobiliyatini rivojlantirish masalasi ko‘rib chiqilgan. Mualliflar integral mavzusini o‘zlashtirish jarayonida mantiqiy tahlil, matematik tafakkur va muammoni bosqichli hal qilish ko‘nikmalari shakllanishini ta’kidlaydilar. Shu sababli integral hisob nafaqat matematik bilimlar tizimi, balki ilmiy tafakkurni rivojlantiruvchi vosita sifatida ham baholanadi. Adabiyotlar tahlili shuni ko‘rsatadiki, aniqmas integral mavzusi bo‘yicha ilmiy izlanishlar asosan nazariy tushunchalarni izohlash, integrallash usullarini takomillashtirish va ta’lim metodikasini rivojlantirishga

qaratilgan. Shu bilan birga, integral hisobning zamonaviy texnologiyalar, iqtisodiy modellashtirish va amaliy muammolarni hal etishdagi imkoniyatlari tobora kengayib bormoqda. Ammo aniqmas integralning amaliy tadbiqlarini tizimli ravishda yorituvchi, turli fanlar kesimida umumlashtiruvchi ilmiy ishlarga ehtiyoj mavjud. Mazkur holat ushbu mavzuni chuqur tadqiq etishning dolzarbligini belgilaydi hamda integral hisobning amaliy imkoniyatlarini yanada kengroq ochib berishni talab qiladi.

Tadqiqot muhokamasi. Aniqmas integral va uning tadbiqlari matematik analizning markaziy mavzularidan biri bo‘lib, u nafaqat nazariy matematika, balki amaliy fanlar uchun ham muhim vosita hisoblanadi. Ushbu tadqiqot doirasida aniqmas integralning mohiyati, uning asosiy xossalari hamda turli sohalardagi qo‘llanilish imkoniyatlari muhokama qilinadi. Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, aniqmas integral funksiyaning boshlang‘ich funksiyasini topish jarayoni sifatida qaraladi va u differensiallash amali bilan teskari bog‘lanishda turadi. Bu bog‘liqlik matematik modellashtirishda fundamental ahamiyatga ega bo‘lib, murakkab jarayonlarni soddalashtirib ifodalash imkonini beradi. Tadqiqot natijalariga ko‘ra, aniqmas integralning eng muhim jihatlaridan biri uning universalligi hisoblanadi. Ya’ni, u turli ko‘rinishdagi funksiyalar uchun qo‘llanilishi mumkin bo‘lib, algebraik, trigonometrik, eksponensial va logarifmik funksiyalarni integrallashda asosiy vosita sifatida ishlatiladi. Bunda integrallash usullarining xilma-xilligi muhim rol o‘ynaydi. O‘zgaruvchini almashtirish, bo‘laklab integrallash hamda maxsus trigonometrik o‘zgartirishlar yordamida murakkab funksiyalarni soddalashtirish va ularning boshlang‘ich funksiyalarini aniqlash mumkin. Bu jarayon matematik tafakkurni rivojlantirish bilan birga, muammoni yechishning optimal yo‘lini tanlash ko‘nikmasini ham shakllantiradi.

Muhokama jarayonida shuningdek, aniqmas integralning fizik jarayonlarni ifodalashdagi o‘rni ham alohida e’tiborga olinadi. Ko‘plab fizik hodisalar, jumladan, harakat, tezlanish, kuch maydonlari va energiya o‘zgarishlari integral tushunchasi orqali tavsiflanadi. Masalan, tezlik funksiyasidan yo‘lni topish yoki tezlanishdan tezlikni aniqlash kabi masalalar aniqmas integral yordamida yechiladi. Bu esa integral hisobning real dunyo jarayonlarini matematik modelga aylantirishdagi muhim vosita ekanligini tasdiqlaydi. Iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilishda ham aniqmas integralning ahamiyati katta. Talab va taklif funksiyalari, xarajat va daromad modellari, ishlab chiqarish jarayonlarining o‘sish dinamikasi kabi ko‘rsatkichlar integral yordamida tahlil qilinadi. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, iqtisodiy o‘zgarishlarni vaqt bo‘yicha uzluksiz funksiyalar sifatida ifodalash va ularning umumiy natijasini aniqlashda aniqmas integral muhim rol o‘ynaydi. Bu esa iqtisodiy bashorat qilish va optimallashtirish jarayonlarini ancha aniqlashtiradi. Tadqiqot davomida aniqmas integralni o‘qitish jarayoniga oid muammolar ham ko‘rib chiqildi. Ko‘plab hollarda talabalar integral tushunchasini mexanik yodlash asosida o‘zlashtiradi, bu esa ularning chuqur tushunish darajasini pasaytiradi. Shu sababli integrallash jarayonini grafik tasvirlar, amaliy misollar va modellashtirish orqali o‘rgatish samaraliroq hisoblanadi. Talabalarning mustaqil fikrlashini rivojlantirish uchun real hayotiy masalalarni matematik modelga keltirish va ularni integral yordamida yechish muhim ahamiyatga ega.

Aniqmas integral va differensial tenglamalar o‘rtasidagi bog‘liqlik ko‘rsatib o‘tiladi. Ko‘plab differensial tenglamalarning yechimi aniqmas integral orqali topiladi. Bu esa integral hisobning nafaqat alohida matematik bo‘lim, balki kengroq matematik tizimning asosiy elementi ekanligini ko‘rsatadi. Ayniqsa, fizik va texnik masalalarni yechishda differensial tenglamalarni integrallash usullari orqali soddalashtirish keng qo‘llaniladi. Shuningdek, zamonaviy axborot texnologiyalarining rivojlanishi aniqmas integralni hisoblash jarayonini sezilarli darajada yengillashtirdi. Kompyuter algebra tizimlari va matematik dasturlar yordamida murakkab integrallarni tez va aniq hisoblash imkoniyati paydo bo‘ldi. Bu esa tadqiqot jarayonlarini tezlashtirib, ko‘proq amaliy natijalarga erishish imkonini yaratmoqda. Biroq, avtomatlashtirilgan hisoblash vositalaridan foydalanish bilan birga, nazariy tushunchalarni chuqur o‘zlashtirish zaruriyati ham saqlanib qolmoqda. Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, aniqmas integralning amaliy qo‘llanilish sohasi juda keng bo‘lib, u fanlararo integratsiyaning muhim vositasi

hisoblanadi. Fizika, iqtisodiyot, muhandislik va axborot texnologiyalari kabi sohalarda integral hisobdan foydalanish murakkab jarayonlarni soddalashtirish va ularni matematik jihatdan asoslash imkonini beradi. Shu bilan birga, ushbu mavzuni chuqur o‘rganish ilmiy tafakkurni rivojlantirishga xizmat qiladi. Umuman olganda, aniqmas integral va uning tadbiqlari bo‘yicha olib borilgan muhokama ushbu mavzuning nazariy va amaliy jihatdan dolzarbligini tasdiqlaydi. Tadqiqot natijalari integral hisobning turli sohalardagi ahamiyatini ochib berish bilan birga, uni o‘qitish va amaliy qo‘llash metodlarini takomillashtirish zarurligini ham ko‘rsatadi.

Xulosa. Mazkur tadqiqotda aniqmas integralning nazariy asoslari va uning turli sohalardagi amaliy tadbiqlari o‘rganildi. Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, aniqmas integral matematik analizning muhim bo‘limi bo‘lib, u funksiyaning boshlang‘ich funksiyasini topish orqali differensiallash jarayoniga teskari amal sifatida namoyon bo‘ladi. Bu xususiyat uni murakkab matematik va amaliy masalalarni yechishda asosiy vositalardan biriga aylantiradi. Tadqiqot davomida aniqmas integralning fizik, iqtisodiy va texnik jarayonlarni modellashtirishdagi o‘rni alohida ahamiyatga ega ekanligi aniqlandi. U harakat, energiya, iqtisodiy o‘sish va boshqa uzluksiz jarayonlarni matematik ifodalashda keng qo‘llaniladi. Shuningdek, integrallash usullarining xilma-xilligi masalalarni samarali yechish imkonini beradi. Umuman olganda, aniqmas integralni chuqur o‘rganish nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlaydi, balki amaliy masalalarni hal qilishda ham muhim ko‘nikmalarni shakllantiradi. Shu sababli ushbu mavzuni o‘qitish va tadqiq etishni yanada rivojlantirish dolzarb hisoblanadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. O‘zbekiston ilmiy tadqiqotlar platformasi. (n.d.). Aniq integral va uning amaliy tadbiqlari. https://scientific-jl.org/tad/article/view/2142
2. O‘zbekiston ilmiy jurnali. (n.d.). Matematik analizda integral tushunchasining o‘rni. https://scientific-jl.org/tal/article/view/5610
3. ERUS ilmiy elektron jurnali. (n.d.). Integral hisob va uning asosiy xossalari. https://erus.uz/index.php/er/article/view/5363
4. O‘zbekiston ilmiy portali. (n.d.). Integral hisobni o‘qitishning zamonaviy metodlari. https://scientific-jl.com/uuc/article/view/22544
5. O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimi materiallari. (n.d.). Matematik analiz va uning amaliy qo‘llanilishi. https://scientific-jl.org/tal/article/view/5610
6. O‘zbekiston ilmiy tadqiqotlar markazi. (n.d.). Matematika va amaliy modellashtirish masalalari. https://scientific-jl.org/tad/article/view/2142