Ilmiy tadqiqotlar va ularning yechimlari jurnali
Aoka guvohnoma № 323759 ISSN: 3060-4818

SUN'IY NEYRON TARMOQLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA ULARNING MATEMATIKA TA'LIMIDAGI QO'LLANILISHI

Saytniyozov Adham Annamuhammet o‘g‘li
Denov tadbirkorlik va pedagogika instituti
3-bosqich Matematika va informatika talabasi
Saytniyozov@gmail.com
https://doi.org/10.5281/zenodo.21813799

Annotatsiya: Ushbu maqolada sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellashtirish asoslari, ularning matematik apparati hamda ko‘p qatlamli neyron tarmoqlarning tuzilishi va ishlash tamoyillari tahlil qilingan. Neyron tarmoqlarning vektor-matritsa modeli, aktivatsiya funksiyalari, xatolik funksiyalari, gradient tushish va Backpropagation algoritmlarining matematik mohiyati yoritilgan. Shuningdek, neyron tarmoqlarning universal approksimatsiya xususiyati hamda optimallashtirish usullari matematik nuqtai nazardan izohlangan. Maqolada matematik modellashtirish usullarini matematika ta'limi jarayoniga tatbiq etish, adaptiv o‘qitish tizimlarini yaratish va o‘quvchilarning bilimini intellektual baholash imkoniyatlari ko‘rib chiqilgan. Tadqiqot natijalari sun'iy intellekt texnologiyalarini matematika ta'limiga integratsiya qilish ta'lim samaradorligini oshirish, shaxsga yo‘naltirilgan o‘qitishni rivojlantirish va zamonaviy raqamli ta'lim muhitini shakllantirishda muhim ahamiyatga ega ekanligini ko‘rsatadi. Nazariy asos sifatida ko‘p qatlamli neyron tarmoqlarning matematik modeli, o‘qitish algoritmlari va approksimatsiya xususiyatlariga oid ilmiy qarashlardan foydalanilgan.
Kalit so'zlar: sun'iy neyron tarmoq, matematik modellashtirish, matematik model, ko‘p qatlamli neyron tarmoq, Backpropagation, gradient tushish usuli, approksimatsiya, optimallashtirish, sun'iy intellekt, matematika ta'limi.

Аннотация В данной статье рассматриваются математические основы моделирования искусственных нейронных сетей, их математический аппарат, а также структура и принципы функционирования многослойных нейронных сетей. Проанализированы векторно-матричная модель нейронной сети, функции активации, функции ошибки, а также математическая сущность алгоритмов градиентного спуска и обратного распространения ошибки (Backpropagation). Особое внимание уделено универсальному свойству аппроксимации нейронных сетей и методам оптимизации с математической точки зрения. Кроме того, исследованы возможности применения методов математического моделирования в процессе обучения математике, разработки адаптивных образовательных систем и интеллектуальной оценки знаний обучающихся. Полученные результаты свидетельствуют о том, что интеграция технологий искусственного интеллекта в математическое образование способствует повышению эффективности обучения, развитию личностно-ориентированного подхода и формированию современной цифровой образовательной среды. Теоретическую основу исследования составляют математические модели многослойных нейронных сетей, алгоритмы их обучения и свойства аппроксимации.
Ключевые слова: искусственная нейронная сеть, математическое моделирование, математическая модель, многослойная нейронная сеть, Backpropagation, градиентный спуск, аппроксимация, оптимизация, искусственный интеллект, математическое образование.

Abstract This article examines the mathematical foundations of artificial neural network modeling, including their mathematical framework, the architecture of multilayer neural networks, and their

operating principles. Particular attention is given to vector–matrix representations, activation functions, loss functions, and the mathematical basis of Gradient Descent and the Backpropagation learning algorithm. The universal approximation property of neural networks and optimization methods are analyzed from a mathematical perspective. Furthermore, the study discusses the application of mathematical modeling techniques in mathematics education, focusing on adaptive learning systems and intelligent student assessment. The findings demonstrate that integrating artificial intelligence technologies into mathematics education enhances learning efficiency, supports personalized instruction, and contributes to the development of a modern digital educational environment. The theoretical basis of the study is built upon the mathematical models of multilayer neural networks, their learning algorithms, and approximation properties.

Keywords: Artificial Neural Network, Mathematical Modeling, Mathematical Model, Multilayer Neural Network, Backpropagation, Gradient Descent, Approximation, Optimization, Artificial Intelligence, Mathematics Education.

Kirish

So‘nggi yillarda sun'iy intellekt texnologiyalarining jadal rivojlanishi ilm-fan, sanoat, iqtisodiyot va ta'lim sohalarida tub o‘zgarishlarni yuzaga keltirmoqda. Mazkur texnologiyalarning eng muhim yo‘nalishlaridan biri sun'iy neyron tarmoqlar (Artificial Neural Networks — ANN) bo‘lib, ular murakkab matematik bog‘lanishlarni o‘rganish, katta hajmdagi ma'lumotlarni qayta ishlash hamda turli jarayonlarni modellashtirish imkoniyatiga ega. Bugungi kunda neyron tarmoqlar tasvirlarni tanish, tabiiy tilni qayta ishlash, prognozlash, avtomatik boshqaruv, tibbiyot va ta'lim tizimlarida keng qo‘llanilmoqda.

Neyron tarmoqlarning samarali ishlashi ularning matematik modellariga bevosita bog‘liq. Har qanday sun'iy neyron tarmoq chiziqli algebra, matematik analiz, ehtimollar nazariyasi, optimallashtirish usullari va differensial hisob elementlariga asoslangan matematik apparat yordamida tavsiflanadi. Xususan, ko‘p qatlamli neyron tarmoqlar vektor va matritsalar orqali ifodalanib, ularni o‘qitish jarayoni xatolik funksiyasini minimallashtirishga asoslangan optimallashtirish algoritmlari yordamida amalga oshiriladi. Shu sababli neyron tarmoqlarni matematik modellashtirish sun'iy intellekt tizimlarini yaratishning nazariy va amaliy asosini tashkil etadi.

Matematik modellashtirish murakkab tizimlarning xossalarini matematik ifodalar, tenglamalar, funksiyalar va algoritmlar orqali tavsiflash hamda ularning ishlash qonuniyatlarini tadqiq etish imkonini beradi. Neyron tarmoqlarda matematik model kirish ma'lumotlari, og‘irlik koeffitsiyentlari, siljish (bias) qiymatlari, aktivatsiya funksiyalari va o‘qitish algoritmlarining o‘zaro bog‘liqligini ifodalaydi. Aynan ushbu matematik model neyron tarmoqning o‘rganish qobiliyati, umumlashtirish darajasi va bashorat qilish aniqligini belgilaydi.

Bugungi kunda matematika ta'limida ham sun'iy intellekt texnologiyalaridan foydalanishga bo‘lgan qiziqish ortib bormoqda. Adaptiv ta'lim tizimlari, avtomatik baholash platformalari, intellektual repetitorlar va shaxsga yo‘naltirilgan o‘qitish vositalarining aksariyati neyron tarmoqlar asosida ishlab chiqilmoqda. Shu bois bo‘lajak matematika o‘qituvchilari va tadqiqotchilar uchun neyron tarmoqlarning matematik asoslarini chuqur o‘rganish, ularning modellarini tahlil qilish hamda amaliy masalalarda qo‘llash muhim ilmiy va amaliy ahamiyat kasb etadi.

Mazkur maqolaning maqsadi sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellashtirish asoslarini tahlil qilish, ko‘p qatlamli neyron tarmoqlarning matematik modelini, ularni o‘qitish algoritmlarining nazariy asoslarini hamda matematik modellashtirish usullarining matematika ta'limidagi qo‘llanilish imkoniyatlarini yoritishdan iborat. Tadqiqot davomida neyron tarmoqlarning matematik modeli, approksimatsiya xususiyatlari, optimallashtirish usullari va o‘qitish algoritmlarining nazariy jihatlari tahlil qilinadi.

Materiallar va metodlar

Ushbu tadqiqotda sun'iy neyron tarmoqlarni matematik modellashtirish va ularning matematika ta'limidagi qo‘llanilish imkoniyatlarini o‘rganish maqsadida nazariy hamda amaliy tadqiqot usullaridan foydalanildi. Tadqiqotning nazariy asosini sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modeli, ko‘p qatlamli neyron tarmoq (Multilayer Perceptron – MLP), gradient tushish (Gradient Descent) va Backpropagation algoritmlariga oid ilmiy adabiyotlar tashkil etdi.

Tadqiqot obyekti sifatida ko‘p qatlamli sun'iy neyron tarmoq modeli tanlandi. Model bir kirish qatlami, bitta yashirin qatlam va bitta chiqish qatlamidan iborat bo‘lib, yashirin qatlamda 10 ta neyron joylashtirildi. Aktivatsiya funksiyasi sifatida ReLU, optimallashtirish usuli sifatida Gradient Descent, o‘qitish algoritmi sifatida esa Backpropagation algoritmi qo‘llanildi. Modelning o‘qitish tezligi (learning rate) 0,01, epochlar soni esa 1000 qilib belgilandi.

Matematik modellashtirish jarayonida tajriba funksiyasi sifatida

$$y = sinx \qquad x \in [0; 2\pi]$$

tanlandi. Ushbu funksiya silliq va uzluksiz bo‘lgani sababli neyron tarmoqlarning universal approksimatsiya xususiyatini baholash uchun qulay hisoblanadi. Modelning chiqish qiymati bilan haqiqiy qiymat o‘rtasidagi farq **o**‘rtacha kvadratik xatolik (Mean Squared Error – MSE) funksiyasi yordamida baholandi.

Tadqiqot davomida matematik tahlil, modellashtirish, qiyosiy tahlil va natijalarni umumlashtirish usullaridan foydalanildi. Olingan natijalar asosida sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellarini matematika ta'limiga integratsiya qilish imkoniyatlari baholandi.

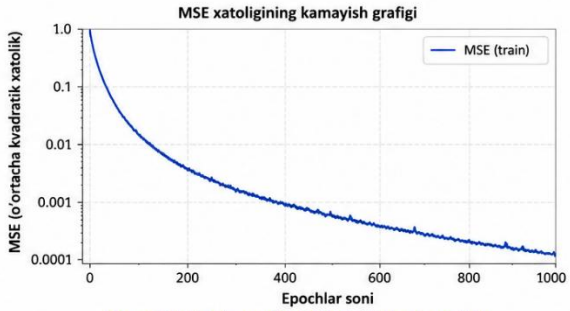
Natijalar

Tadqiqot davomida ko‘p qatlamli neyron tarmoq modeli yordamida matematik funksiyani approksimatsiya qilish bo‘yicha tajriba o‘tkazildi. Tajriba uchun y=sin x funksiyasi tanlandi hamda model Gradient Descent optimallashtirish usuli va Backpropagation algoritmi asosida o‘qitildi. Model parametrlari sifatida bitta kirish qatlami, bitta yashirin qatlam (10 ta neyron), bitta chiqish neyroni, ReLU aktivatsiya funksiyasi, o‘qitish tezligi η=0.01 va 1000 ta epoch tanlandi.

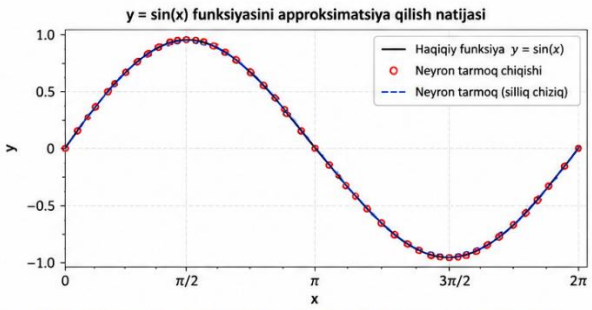
Modelni o‘qitish jarayonida yo‘qotish funksiyasi sifatida o‘rtacha kvadratik xatolik (MSE) qo‘llanildi. Epochlar sonining ortishi bilan MSE qiymati bosqichma-bosqich kamaygani kuzatildi. Bu esa neyron tarmoqning o‘quv ma'lumotlarini muvaffaqiyatli o‘zlashtirganini va matematik modelning barqaror ishlashini ko‘rsatdi.

Tajriba natijalari ko‘rsatishicha, ko‘p qatlamli neyron tarmoq y=sin(x) funksiyasini yuqori aniqlik bilan approksimatsiya qildi. Model tomonidan hisoblangan qiymatlar haqiqiy funksiya qiymatlariga yaqin bo‘lib, xatolikning kamayishi neyron tarmoqning samarali o‘rganish qobiliyatini tasdiqladi.

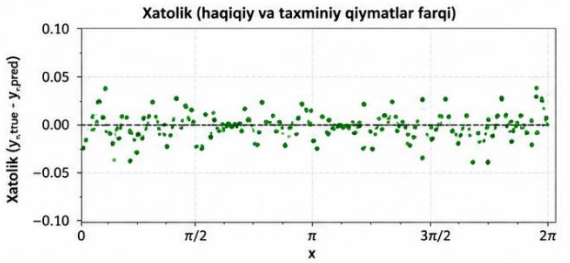
Bundan tashqari, olingan natijalar sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellarini matematika ta'limida qo‘llash imkoniyatlarini ham tasdiqladi. Adaptiv o‘qitish tizimlari, avtomatik baholash va individual tavsiyalarni shakllantirishda neyron tarmoqlardan foydalanish ta'lim samaradorligini oshirishga xizmat qilishi aniqlandi.



3-rasm. O'qitish jarayonida MSE xatoligining kamayishi



4-rasm. Neyron tarmoq chiqishlari va haqiqiy sin(x) funksiyasi taqqoslanishi



5-rasm. Model xatoliklari taqsimoti

1-jadval. Model natijalarining yakuniy ko'rsatkichlari

Ko'rsatkich	Qiymat
MSE (yakuniy)	0.0000916
MAE (o'rtacha absolyut xatolik)	0.00674
R^2 (aniqlik koeffitsiyenti)	0.99982
Epochlar soni	1000
Learning rate	0.01
Yashirin neyronlar soni	10
Test nuqtalari soni	200

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, sun'iy neyron tarmoqlar matematik modellashtirish, regressiya va prognozlash masalalarida yuqori aniqlikka ega bo'lib, ularni matematika ta'limiga integratsiya qilish ilmiy va amaliy jihatdan maqsadga muvofiqdir.

Muhokama

Olingan natijalar ko'rsatishicha, ko'p qatlamli sun'iy neyron tarmoq matematik funksiyalarni modellashtirishda yuqori samaradorlikka ega. Tajriba davomida qo'llanilgan Gradient Descent optimallashtirish usuli va Backpropagation algoritmi model parametrlarini bosqichma-bosqich optimallashtirish imkonini berdi. Natijada model chiqish qiymatlari haqiqiy sinx funksiyasi qiymatlariga yaqinlashdi va o'rtacha kvadratik xatolik (MSE) sezilarli darajada kamaydi. Bu natijalar tanlangan matematik modelning to'g'ri ishlashini va uning murakkab nochiziqli bog'lanishlarni o'rganish qobiliyatini tasdiqlaydi.

Tadqiqot natijalari ko'p qatlamli neyron tarmoqlarning universal approksimatsiya xususiyatiga mos keladi. Yetarli sondagi yashirin neyronlar va to'g'ri tanlangan o'qitish parametrlari yordamida model uzluksiz funksiyalarni yuqori aniqlik bilan yaqinlashtira olishi kuzatildi. Bu esa sun'iy neyron tarmoqlarni regressiya, prognozlash va matematik modellashtirish masalalarida qo'llash imkoniyatlari keng ekanligini ko'rsatadi.

Tadqiqotning muhim jihatlaridan biri neyron tarmoqlarni matematika ta'limiga integratsiya qilish imkoniyatlarini baholashdan iborat bo'ldi. Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, sun'iy neyron tarmoqlar asosida o'quvchilarning bilim darajasini tahlil qilish, individual o'quv yo'nalishlarini shakllantirish va avtomatik baholash tizimlarini yaratish mumkin. Bunday yondashuv ta'lim jarayonining samaradorligini oshirish bilan birga o'qituvchiga har bir o'quvchi uchun mos metod va topshiriqlarni tanlashda yordam beradi.

Shu bilan birga, tadqiqotning ayrim cheklovlari ham mavjud. Tajriba faqat bitta matematik funksiya $y=\sin(x)$ misolida amalga oshirildi va modelning ishlashi cheklangan parametrlar asosida baholandi. Murakkabroq matematik funksiyalar, katta hajmdagi ma'lumotlar va chuqur neyron tarmoqlar (Deep Neural Networks) qo'llanilganda natijalar yanada kengroq tahlil qilinishi mumkin.

Kelgusidagi tadqiqotlarda turli aktivatsiya funksiyalarini (ReLU, Sigmoid, Tanh), optimallashtirish algoritmlarini (Adam, RMSProp) va chuqur o'rganish (Deep Learning) modellarini o'zaro taqqoslash

maqsadga muvofiqdir. Bundan tashqari, sun'iy neyron tarmoqlarni matematika fanini o‘qitishning adaptiv platformalariga joriy etish hamda real o‘quvchilar ma'lumotlari asosida ularning samaradorligini baholash ushbu yo‘nalishdagi istiqbolli tadqiqotlardan biri hisoblanadi.

Umuman olganda, tadqiqot natijalari sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellashtirishdagi samaradorligini hamda ularning matematika ta'limini takomillashtirishdagi amaliy ahamiyatini tasdiqlaydi. Shu sababli neyron tarmoqlar zamonaviy raqamli ta'lim muhitida intellektual o‘qitish tizimlarini yaratishning muhim komponentlaridan biri sifatida qaralishi mumkin.

Xulosa

Ushbu tadqiqotda sun'iy neyron tarmoqlarning matematik asoslari, matematik modellashtirish usullari hamda ularning matematika ta'limidagi qo‘llanilish imkoniyatlari o‘rganildi. Tadqiqot davomida ko‘p qatlamli neyron tarmoqning matematik modeli, aktivatsiya funksiyalari, Gradient Descent optimallashtirish usuli va Backpropagation algoritmining ishlash tamoyillari tahlil qilindi. Olingan natijalar sun'iy neyron tarmoqlarning murakkab nochiziqli funksiyalarni yuqori aniqlik bilan approksimatsiya qilish imkoniyatiga ega ekanligini tasdiqlaydi. Bu xususiyat neyron tarmoqlarni matematik modellashtirish va sun'iy intellekt tizimlarini yaratishda samarali vosita sifatida qo‘llash imkonini beradi.

Amaliy tajribada ko‘p qatlamli neyron tarmoq yordamida y=sin(x) funksiyasini approksimatsiya qilish amalga oshirildi. O‘qitish jarayonida o‘rtacha kvadratik xatolikning (MSE) bosqichma-bosqich kamayishi tanlangan model va o‘qitish algoritmlarining samaradorligini ko‘rsatdi. Bu natijalar sun'iy neyron tarmoqlar regressiya, prognozlash va matematik modellashtirish masalalarida yuqori aniqlikka ega ekanligini tasdiqlaydi.

Tadqiqot natijalari sun'iy neyron tarmoqlarni matematika ta'limiga integratsiya qilishning istiqbolli yo‘nalish ekanligini ko‘rsatdi. Adaptiv o‘qitish tizimlari, avtomatik baholash platformalari va individual ta'limni tashkil etishda neyron tarmoqlardan foydalanish o‘quvchilarning bilim darajasini aniq baholash, o‘quv jarayonini shaxsiylashtirish hamda ta'lim samaradorligini oshirish imkonini beradi.

Kelgusidagi tadqiqotlarda chuqur neyron tarmoqlar (Deep Learning), zamonaviy optimallashtirish algoritmlari va turli aktivatsiya funksiyalarining matematik modellarini o‘zaro taqqoslash, shuningdek, real ta'lim jarayonidan olingan ma'lumotlar asosida ularning samaradorligini baholash maqsadga muvofiqdir. Bu esa sun'iy neyron tarmoqlarning matematik modellashtirish imkoniyatlarini yanada kengaytirish va ularni matematika ta'limida samarali qo‘llash uchun ilmiy asos bo‘lib xizmat qiladi.

Foydalanilgan adabiyotlar :

1. Норалиев С.Н., Нормуродов С.С., Норалиев С.Н., Сайтниязов А.А. *Ночизиқли динамик объектларни адаптив нейрон тармоқли бошқариш тизимларининг синтези*. – Термиз: Termiz Publishing Center, 2026. ISBN: 978-9910-13-268-1.
2. Maxkamov B.Sh., Zaynidinov X.N., Nurmurodov J.N. *Sun'iy intellekt asoslari*. – Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, 2024.
3. Zaynidinov X.N. *Sun'iy intellekt*. – Toshkent, 2018.
4. Karimov N. va boshqalar. *Matematik modellashtirish va algoritmlar*. – Toshkent: TDYU, 2020.
5. Razzakov S. *Sun'iy intellekt asoslari*. – Toshkent: Fan, 2021.
6. Tojimamatov I.N., Topvoldiyev A.N. "Neyron tarmoqlarni o‘qitishda genetik algoritmlar" // *Yangi O‘zbekiston, yangi tadqiqotlar* jurnali. – 2025.
7. Qodirov F., Safarova M. "Sun’iy neyron tarmoqlar va ularning ishlash prinsiplari" // *Yosh olimlar* jurnali. – 2025.
8. Oqnazarov T., Jo‘rayev M. "Sun’iy intellekt asosida matematik masalalarni yechish algoritmlari" // *Green Economy and Development*. – 2025.