PEDAGOGIK TADQIQOTLAR JURNALI
ISSN: 3060-4923 Impact Factor –7,212

BALKA KO‘NDALANG TEBRANISHLARIGA SILJISH DEFORMATSIYASI VA AYLANISH INERSIYASINING TA’SIRI

Nishonov O‘tkir Anjiboyevich

Samarkand davlat universiteti, PhD, utkirn1978@mail.ru

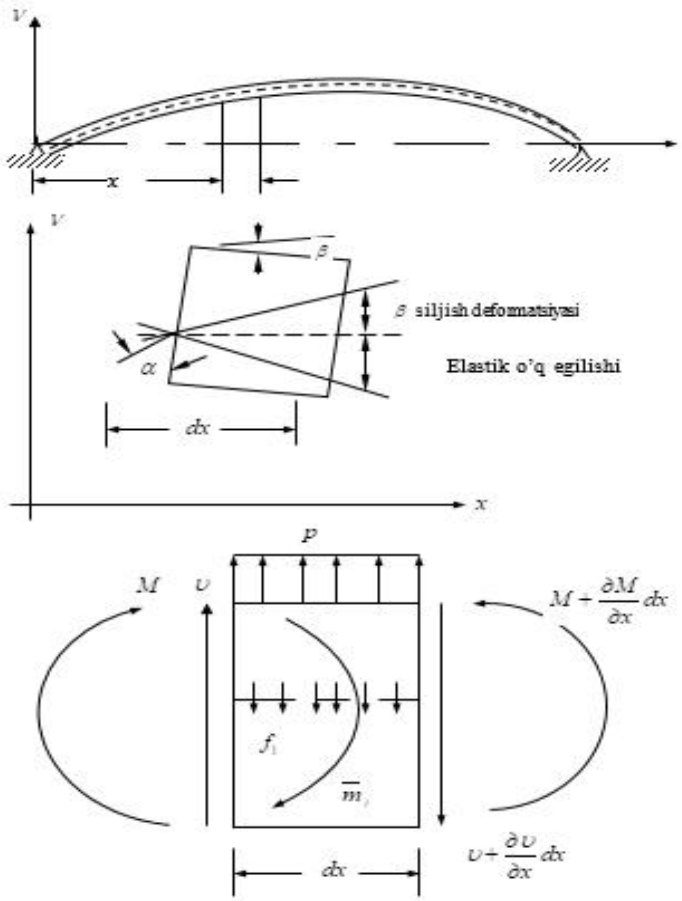
Bozorboyeva Sitora

Samarkand davlat universiteti, 4-kurs talaba,

Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.20115708

Annatotsiya: Ushbu maqolada balkalarning ko‘ndalang tebranishlari jarayonida siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasining ta’siri o‘rganiladi. Klassik egilish nazariyasidan farqli ravishda, bu ishda kesimning burilishi va siljishi hisobga olingan holda differensial tenglamalar chiqarilgan. Erkin tayangan bir jinsli balka uchun xususiy chastotalar aniqlanib, siljish deformatsiyasi hamda aylanish inersiyasi effektlarining chastota va to‘lqin soniga ta’siri ko‘rsatib berilgan.

Kalit so’zlar: ko‘ndalang tebranish, siljish deformatsiyasi, aylanish inersiyasi, erkin tayangan bir jinsli balka, xususiy chastota, to‘lqin soni.



1-chizma. Siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasining ta’siri: 1) sterjrenning dinamik egilishi; 2) kichik elementning deformatsiyasi; 3) kichik elementga ta’sir qiluvchi kuchlar.

Kirish. Balkalar mexanik tizimlarning eng ko‘p uchraydigan elementlaridan biri bo‘lib, ularning tebranish xususiyatlarini to‘g‘ri aniqlash muhandislik amaliyotida muhim ahamiyatga ega. Klassik Euler–Bernulli nazariyasida ko‘ndalang siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasi e’tiborga olinmaydi, bu esa ayrim hollarda, ayniqsa qisqa va qalin balkalar uchun sezilarli xatoliklarga olib keladi. Shu sababli, zamonaviy hisoblashlarda Timoshenko tipidagi yondashuvlar qo‘llanilib, unda kesimning burilishi (aylanish inersiyasi) va siljish deformatsiyasi hisobga olinadi. Ushbu maqolada aynan shu omillarni inobatga olgan holda balkaning tebranish tenglamalari chiqariladi va ularning yechimlari tahlil qilinadi.

Masalaning qo’yilishi.

1-chizmada balka egilishi kompanentalari keltirilgan. Aylanish inersiyasi sterjrenning dastlabki holatdagi ko’ndalang kesishi vertikal holatdan burilishiga aytiladi. Siljish diffirensiyasi esa dastlabki holatdagi gorizontal holatga nisbatan o’zgarishi sifatida olinadi.

Chizmada kichik elementga ta'sir qiluvchi kuchlar muvozanatini qaraymiz (soddalik uchun bo'ylama kuch hisobga olinmagan). Aylanish inersiyasi ko'ndalang kuchlar muvozanatiga ta'sir qilinmaydi:

$$\frac{dV}{dx} = p - m\frac{d^2v}{dt^2} \qquad (1)\ .$$

Birlik uzunlikdagi m_i aylanish inersiyasi hisobga olingan holda momentlar muvozanati tenglamasi quyidagicha bo'ladi.

$$M + Vdx + m_i dx - (M + \frac{dM}{dx}dx) = 0$$

Aylanish inersiyasi jismdagi massaning inersiya momenti va burchak tezlanishiga teng.

$$m_I = pI\frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

bu yerda p - zichlik, I -ko'ndalang kesim yuzasining inersiya momenti, bunda

$$m_i = m\frac{I}{A}\frac{d^2\alpha}{dt^2} = mr^2\frac{d^2\alpha}{dt^2} \qquad (2)$$

$r^2 = I/A$ - ko'ndalang kesim aylanish radiusi. Bularni yuqoridagi momentlar muvozanati tenglamasiga olib borib qo'yamiz va soddalashtirishlardan so'ng

$$\frac{dM}{dx} = V + mr^2\frac{d^2\alpha}{dt^2} \qquad (3)$$

ga ega bo'lamiz. Siljish kuchlari va burilish burchagi β quyidagicha bog'langan

$$V = kAG\beta$$

bunda kA kesimning siljish sohasi (to'g'ri burchakli soha uchun $k = 5/6$ olinadi). Bu ifodani differensiallab (3) ga olib borib qo'yamiz:

$$\frac{d}{dx}(kG\beta) = p - m\frac{d^2v}{dt^2} \qquad (3\ a)$$

α burilish burchagi va egilish momenti quyidagicha bog'langan:

$$M - EI\frac{d\alpha}{dx}$$

Buni differensiallab siljish bilan birga (1.3) olib borib qo'yamiz:

$$\frac{d}{dx}(EI\frac{d\alpha}{dx}) = kAG\beta + mr^2\frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

Ikkita burchak orasidagi matematik munosabat quyidagicha (chizmaga qarang)

$$\beta = \alpha - \frac{d\upsilon}{dx}$$

Yuqoridagilarni ikkita muvozanat tenglamalariga olib borib qo'yamiz:

$$\frac{d}{dx}\ kAG(\alpha - \frac{dv}{dx}) = p - m\frac{d^2v}{dt^2} \qquad (4a)$$

$$\frac{d}{dx}(E\frac{d\alpha}{dx}) = kAG(\alpha - \frac{dv}{dx}) + mr^2\frac{d^2\alpha}{dt^2} \qquad (4c)$$

Nihoyat, α burchakning x bo'yicha hosilasini (4a) dan topamiz:

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{1}{kAG}(p - m\frac{d^2v}{dt^2}) \qquad (5)$$

(4*c*) ni x bo'yicha differensiallaymiz va $\partial\alpha/\partial x$ hosilani (5) dan hisobga olib quyidagi tenglamaga kelamiz:

$$\underbrace{EI\frac{d^4v}{dx^4} - (p - m\frac{d^2v}{dt^2})}_{Elementar\ hol} \underbrace{- mr^2\frac{d^4v}{dx^2dt^2}}_{aylanish\ inersiyasi}$$

$$\underbrace{+\frac{EI}{kAG}\frac{d^2}{dx^2}(p - m\frac{d^2v}{dt^2})}_{siljish\ deformatsiyasi} \underbrace{- \frac{mr^2}{kAG}\frac{d}{dt^2}(p - m\frac{d^2v}{dt^2})}_{ay\text{-}sh\ inersiyasi\ va\ s\text{-}sh\ def\text{-}yasi\ kombinatsiyasi} = 0 \qquad (6)$$

(6) tenglamadagi har bir siljish diffirensiyasi va aylanish inersiyasi hadi elementar holga qo'yilgan.

Masalaning yechilishi. Agar (6) tenglamada tashqi P kuchni tashlab yuborsak siljish deformasiasi va aylanish inersiyasini o'z ichiga olgan balkaning erkin ko'ndalang tebranish tenglamasiga kelamiz.

$$EI\frac{\partial^4v}{\partial x^4} + \overline{m}\frac{\partial^2v}{\partial t^2} - \overline{m}r^2\frac{\partial^4v}{\partial x^2\partial t^2} + \frac{\overline{m}}{kAG}\ \overline{m}r^2\frac{\partial^4v}{\partial t^4} - EI\frac{\partial^4v}{\partial x^2\partial t^2} = 0.$$

Bu tenglamaning yechimini vaqtning garmonik funksiyasi ko' rinishda tasvirlaymiz $v(x,t) = \Phi(x)\sin\omega t$. Berilgan tenglamaga uni olib borib qo'yib sin ω t ga bo'lgandan so'ng, quyidagi tenglamaga kelamiz.

$$EI\phi^{IV}(x) - \overline{m}\omega^2\phi(x) + \overline{m}r^2\omega^2\phi\ (x) + \frac{\overline{m}}{kAG}\left[\overline{m}r^2\omega^2\phi(x) + EI\phi\ (x)\right] = 0.$$

$a^4 = \overline{m}\omega^2 / EI$ deb oamiz va

$$\phi^{IV}(x) - a^4\phi(x) + a^4r^2\phi\ (x) + \frac{\overline{m}\omega^2}{kAG}\left[a^4r^2\phi(x) + \phi\ (x)\right] = 0. \qquad (7)$$

(7) tenglamani yechish ixtiyoriy chegaraviy shartlarda ham qiyin. Faqat erkin tayangan balka hamda siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasi effektning ta'siri sezilarli bo'ladi. Erkin tayangan bir jinsli balka uchun tebranish formasini quyidagi ko'rinishda tanlaymiz.

$$\phi(x) = A_1 \sin\frac{n\pi x}{\alpha}. \qquad (8)$$

(8) ni (7) ga qo'yamiz va $\phi(x)$ ga bo'lib quyidagi tenglamaga kelamiz.

$$(\frac{n\pi}{L})^4 - a^4 - a^4 r^4 (\frac{n\pi}{L})^2 (1 + \frac{E}{k\,G}) + a^4 r^2 (a^4 r^2 \frac{E}{k\,G}) = 0. \qquad (9)$$

Bu yerda

$$a^4 = (\frac{n\pi}{L})^4, \omega_n = n^2\pi^2\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}.$$

(9) da birinchi ikkita had elementar holga mos keluvchi hadlar. Uchunchi haddagi 1 va $E/\,k\,G$ larga mos ravishda aylanish inersiyasi va siljish deformatsiyasini hisobga oladi. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli balka uchun $E\,/_{k\,G}$ taxminan 3 ga teng. Demak bu holda siljish deformatsiyasi aylanish inersiyasiga nisbatan 3 marta sezilarli. Oxirgi hadni tashlab yuborib quyidagini topamiz.

$$a^4 = (\frac{n\pi}{L})^4 \frac{1}{1 + r^2(\frac{n\pi}{L})^2(1 + E/_{kG})}.$$

Yuqoridagi ifodaning qavs ichidagi hadi siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasini to'g'rilaydi. Keltirilgan effektlar n ning o'sishi bilan o'sadi, egiluvchanlik esa kamayadi. Bu yerda nr/L kichik bo'lib yuqoridagi ifodani boshqacharoq yozamiz.

$$a^4 \approx (\frac{n\pi}{L})^4\ 1 - (\frac{nr\pi}{L})^2(1 + \frac{E}{k\,G}),$$

Bundan $$\omega_n \approx n^2\pi^2\sqrt{\frac{EI}{mL^4}}\ 1 - \frac{1}{2}(\frac{nr\pi}{L})^2(1 + \frac{E}{k\,G}). \qquad (10)$$

(9) dagi oxirgi had amaliy masalalarda nr/L 1 ga nisbatan juda kichik bo'lsa, ikkinchi muhim effekt hisoblanadi. Oxirgi hadni siljishn deformatsiyasi va aylanish inersiyasi bilan taqqoslaymiz. Agar nr/L juda kichik bo'lsa , u holda $a^4 = (\frac{n\pi}{L})^4$ deb olish mumkin. Bundan oxirgi hadni quyidagicha yozamiz.

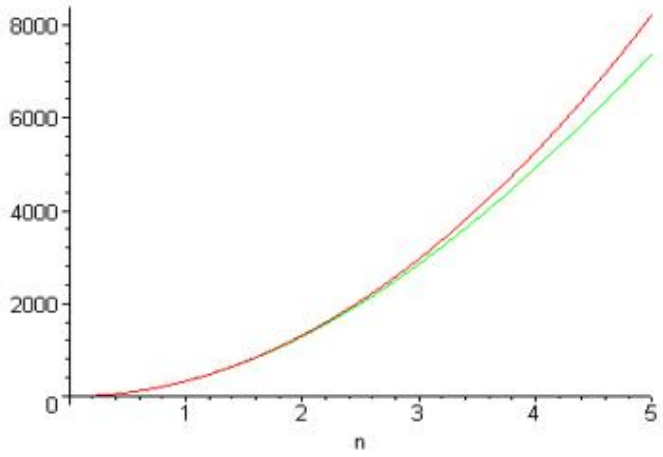
$$a^4 r^2 (a^2 r^2 \frac{E}{k\,G}) \approx a^4 r^2 (\frac{n\pi}{L})^2\ (\frac{nr\pi}{L})^2 \frac{E}{k\,G}.$$

Ko'rinib turibdiki,

$$a^4 r^2 (\frac{n\pi}{L})^2\ (\frac{nr\pi}{L})^2 \frac{E}{k\,G} \quad a^4 r^2 (\frac{n\pi}{L})^2 (1 + \frac{E}{k\,G}).$$

Chunki $\frac{nr\pi}{L}$ 1 ga nisbatan juda kichik.

(10) formulaga asosan quyidagi chizmada siljish deformatsiyasi hisobga olingan va olinmagan hollar uchun chastota-to'lqin soni orasidagi bog'lanish keltirilgan.



2-chizma. Sterjen tebranishlariga siljish deformatsiyasining ta'siri

Xulosa. Olib borilgan tahlillar shuni ko'rsatadiki, siljish deformatsiyasi va aylanish inersiyasi balkalarning dinamik xususiyatlariga sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Ayniqsa, yuqori tebranish chastotalarida ushbu omillarni hisobga olish zarur, aks holda natijalar aniqligi pasayadi. Tadqiqot natijalariga ko'ra, to'g'ri to'rtburchak kesimli balkalarda siljish deformatsiyasining ta'siri aylanish inersiyasiga nisbatan kattaroq bo'lib, taxminan uch baravar sezilarli ekanligi aniqlandi. Shuningdek, to'lqin sonining ortishi bilan bu effektlar kuchayib, tizimning umumiy egiluvchanligi kamayadi. Amaliy hisob-kitoblarda, agar geometrik parametrlar kichik bo'lsa, ayrim hadlarni e'tibordan chetda qoldirish mumkin, biroq yuqori aniqlik talab qilingan hollarda ularni albatta hisobga olish lozim.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Ray W. Clough, Joseph Penzien. Dynamics of Structures. International Student Edition. 1975. 634 p.
2. Бидерман. Прикладная теория механических колебаний. М. 1972. Высшая школа.
3. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва «Наука» 1988 год.